

---

[www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,  
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

---

Hojas técnicas de cálculo:

## Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados. Versión 2

Versión 1. Febrero de 2015



|                                | Contenido |
|--------------------------------|-----------|
| Descripción del funcionamiento | 3         |
| Resolución del ejemplo         | 4         |
| Notas                          | 6         |



## Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados. Versión 2

### Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada 4p MMCC\_v2 (versión 2, de las disponibles actualmente en [www.topoedu.es](http://www.topoedu.es) para este tipo de conversión).

La ecuación del sistema es:

$$\begin{aligned} ax - by + c &= X + vx \\ bx + ay + d &= Y + vy \end{aligned}$$

Esta hoja de cálculo muestra el proceso de resolución de una transformación bidimensional conforme (transformación de 4 parámetros) a través del método de mínimos cuadrados, en un único proceso de ajuste. En ella se utilizan 3 puntos de control. La hoja es capaz de transformar 4 puntos adicionales. Como resultado se muestran las coordenadas más probables de todos los puntos del sistema inicial expresados en el nuevo sistema. Además, también se calculan las incertidumbres de estos nuevos puntos en el nuevo sistema.

Como opciones adicionales, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.

**Transformación bidimensional conforme (transformación de 4 parámetros)**  
Solución mediante mínimos cuadrados: Uso de tres puntos de control  
[www.topoedu.es](http://www.topoedu.es) Así de simple, así de sencillo...

**Configuración**

|                  |            |
|------------------|------------|
| Formato XY:      | XY         |
| Formato angular: | Centesimal |
| Factor conver.:  | 200,0000   |

**Datos iniciales**

|  | Pto. control | 1 | Sistema inicial |           | Sistema destino |           |
|--|--------------|---|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
|  |              |   | x               | y         | X               | Y         |
|  | 2            |   | 16546,306       | 16220,259 | 42513,815       | 55705,000 |
|  | 3            |   | 16605,104       | 16226,960 | 42517,780       | 55764,027 |
|  | 4            |   | 16607,661       | 16207,844 | 42537,068       | 55763,105 |
|  | 5            |   | 16573,148       | 16203,347 |                 |           |
|  | 6            |   | 16575,387       | 16187,712 |                 |           |
|  | 7            |   | 16562,922       | 16186,435 |                 |           |
|  | 7            |   | 16547,903       | 16204,624 |                 |           |

**Formulación:**

$$\begin{aligned} ax - by + c &= X + vx \\ bx + ay + d &= Y + vy \end{aligned}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad X = x(\text{Scos}\theta) - y(\text{Ssen}\theta) + Tx$$

$$S = \frac{a}{\text{cos}\theta} \quad Y = x(\text{Ssen}\theta) + y(\text{Scos}\theta) + Ty$$

**Parámetros transformación**

| Parámetro | Desviación  | t-value            |
|-----------|-------------|--------------------|
| a         | 0,179776776 | 0,0003 644,4997753 |
| b         | 0,983511435 | 0,0003 3525,888675 |
| c=Tx      | 55491,98279 | 6,4708 8575,718726 |
| d=Ty      | 36515,48866 | 6,4708 5643,095527 |
| θ         | 88,49025    | So                 |
| S         | 0,999807198 | 0,014216 0,000202  |

**Puntos transformados y precisión**

| Punto | X         | Y         | Sx    | Sy    |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|
| 1     | 42513,814 | 55704,996 | 0,014 | 0,014 |
| 2     | 42517,794 | 55764,029 | 0,010 | 0,010 |
| 3     | 42537,055 | 55763,107 | 0,011 | 0,011 |
| 4     | 42535,273 | 55728,355 | 0,010 | 0,010 |
| 5     | 42551,053 | 55727,746 | 0,012 | 0,012 |

**Otras plantillas de cálculo ¡Hazte profesional y destaca!**  
Hazte con ellas sólo en [www.topoedu.es/calculo.php](http://www.topoedu.es/calculo.php)

- Conversión de datum utilizando rejilla NTV2 (incluida)
- Conversión de datum utilizando parámetros de transformación
- Conversión de coordenadas geográficas a geocéntricas
- Conversión de coordenadas Geográficas a UTM y viceversa (base)
- Ajuste planimétrico de poligonal cerrada mediante mínimos cuadrados
- Ajuste altimétrico de poligonal cerrada mediante mínimos cuadrados
- Intersección inversa por mínimos cuadrados
- Intersección directa por mínimos cuadrados
- Bisección inversa por mínimos cuadrados
- Transformación de 4 parámetros por resolución simple del sistema
- Transformación de 4 parámetros por mínimos cuadrados, sin control
- Transformación de 4 parámetros por mínimos cuadrados, considerando los puntos de control
- Transformación de 6 parámetros por resolución simple del sistema
- Transformación de 6 parámetros por mínimos cuadrados, sin control
- Transformación de 6 parámetros por mínimos cuadrados, considerando los puntos de control
- Transformación de 7 parámetros por resolución simple del sistema
- Transformación de 7 parámetros por mínimos cuadrados, considerando los puntos de control
- Transformación de 8 parámetros por resolución simple del sistema
- Transformación de 8 parámetros por mínimos cuadrados, considerando los puntos de control
- Transformación de 8 parámetros por mínimos cuadrados, considerando los puntos de control y la precisión

**¡Y muchas otras más que saldrán próximamente! Estimación de...**

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo



## Resolución del ejemplo

Esta hoja se acompaña con un ejemplo ya resuelto.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de los puntos de control insertadas en las celdas E14 a E16, para la X, y F14 a F16, para la Y. Del mismo modo, hemos insertado las coordenadas de estos puntos de control, expresadas en el sistema destino, en las celdas G14 a G16, para la X, y H14 a H16, para la Y.

| Datos iniciales   |   |                 |           |                 |           |
|-------------------|---|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
|                   |   | Sistema inicial |           | Sistema destino |           |
|                   |   | x               | y         | X               | Y         |
| Pto. control      | 1 | 16546,306       | 16220,259 | 42513,815       | 55705,000 |
| Pto. control      | 2 | 16605,104       | 16226,960 | 42517,780       | 55764,027 |
| Ptos. a convertir | 3 | 16607,661       | 16207,844 | 42537,068       | 55763,105 |
|                   | 4 | 16573,148       | 16203,347 |                 |           |
|                   | 5 | 16575,387       | 16187,712 |                 |           |
|                   | 6 | 16562,922       | 16186,435 |                 |           |
|                   | 7 | 16547,903       | 16204,624 |                 |           |

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; sistema angular Centesimal, y formato de coordenadas XY.

| Configuración    |            |
|------------------|------------|
| Formato XY:      | XY         |
| Formato angular: | Centesimal |
| Factor conver.:  | 200,0000   |

Hecho esto, automáticamente la hoja de cálculo procesa todos los datos mostrando varios resultados:

1. Por un lado, los parámetros de transformación  $a, b, c, y d$  junto a sus estadísticos desviación estándar y t-value. Estos datos aparecen en las celdas C23 a C26, D23 a D26, y E23 a E26 respectivamente. Así mismo, y para complementar los parámetros de conversión, también se expresa el ángulo de rotación, celda C27, y el factor de escala, celda C28. En el mismo bloque de datos también podemos ver los estadísticos del ajuste del sistema; la desviación estándar ( $S_0$ ), en la celda D28, y la varianza de referencia, en la celda E28.

| Parámetros transformación | Desviación  | t-value             |
|---------------------------|-------------|---------------------|
| a                         | 0,179776776 | 0,0003 644,4997753  |
| b                         | 0,983511435 | 0,0003 3525,888675  |
| c=Tx                      | 55491,98279 | 6,4708 8575,718726  |
| d=Ty                      | 36515,48866 | 6,4708 5643,095527  |
| $\theta$                  | 88,49025    | $S_0$ Ref. Varianza |
| s                         | 0,999807198 | 0,014216 0,000202   |

2. Los puntos transformados, expresados en el nuevo sistema, y acompañados de sus incertidumbres posicionales (celdas H24 a H30, para la X, I24 a I30, para la Y, J24 a J30, para la  $S_x$ , y K24 a K30, para la  $S_y$ ).



| Puntos transformados y precisión |           |           |       |       |
|----------------------------------|-----------|-----------|-------|-------|
| Punto                            | X         | Y         | Sx    | Sy    |
| 1                                | 42513,814 | 55704,996 | 0,014 | 0,014 |
| 2                                | 42517,794 | 55764,029 | 0,010 | 0,010 |
| 3                                | 42537,055 | 55763,107 | 0,011 | 0,011 |
| 4                                | 42535,273 | 55728,355 | 0,010 | 0,010 |
| 5                                | 42551,053 | 55727,746 | 0,012 | 0,012 |
| 6                                | 42550,068 | 55715,257 | 0,014 | 0,014 |
| 7                                | 42529,478 | 55703,756 | 0,014 | 0,014 |

3. Un croquis gráfico, con una representación de la distribución de los puntos en ambos sistemas:



4. Finalmente, todas las matrices de cálculo, junto al desarrollo matemático:

| Proceso de cálculo             |              |              |             |                     |  |  |  |                   |  |  |  |
|--------------------------------|--------------|--------------|-------------|---------------------|--|--|--|-------------------|--|--|--|
| <b>J. Dim 6x4</b>              |              |              |             | <b>K. Dim 6x1</b>   |  |  |  | <b>V. Dim 6x1</b> |  |  |  |
| 16546,306                      | -16220,259   | 1            | 0           | 42513,82            |  |  |  | -0,001            |  |  |  |
| 16220,259                      | 16546,306    | 0            | 1           | 55705,00            |  |  |  | -0,004            |  |  |  |
| 16605,104                      | -16226,960   | 1            | 0           | 42517,78            |  |  |  | 0,014             |  |  |  |
| 16226,960                      | 16605,104    | 0            | 1           | 55764,03            |  |  |  | 0,002             |  |  |  |
| 16607,661                      | -16207,844   | 1            | 0           | 42537,06788         |  |  |  | -0,013            |  |  |  |
| 16207,844                      | 16607,661    | 0            | 1           | 55763,10469         |  |  |  | 0,002             |  |  |  |
| <b>Qxx. Dim 6x4</b>            |              |              |             | <b>X. Dim 4x1</b>   |  |  |  |                   |  |  |  |
| 0,000384979                    | -1,77097E-14 | -6,385396415 | -6,24372318 | 0,179776776         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 1,77097E-14                    | 0,000384979  | 6,243723176  | -6,38539642 | 0,983511435         |  |  |  |                   |  |  |  |
| -6,385396415                   | 6,243723177  | 207173,7127  | -9,5304E-06 | 55491,98279         |  |  |  |                   |  |  |  |
| -6,243723177                   | -6,385396415 | 9,53036E-06  | 207173,7127 | 36515,48866         |  |  |  |                   |  |  |  |
| <b>J. Puntos a transformar</b> |              |              |             | <b>Tranformados</b> |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16546,306                      | -16220,259   | 1            | 0           | 42513,81413         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16220,259                      | 16546,306    | 0            | 1           | 55704,99569         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16605,104                      | -16226,960   | 1            | 0           | 42517,79413         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16226,960                      | 16605,104    | 0            | 1           | 55764,02888         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16607,661                      | -16207,844   | 1            | 0           | 42537,05463         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16207,844                      | 16607,661    | 0            | 1           | 55763,10711         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16573,148                      | -16203,347   | 1            | 0           | 42535,27284         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16203,347                      | 16573,148    | 0            | 1           | 55728,35472         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16575,387                      | -16187,712   | 1            | 0           | 42551,05256         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16187,712                      | 16575,387    | 0            | 1           | 55727,74599         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16562,922                      | -16186,435   | 1            | 0           | 42550,06759         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16186,435                      | 16562,922    | 0            | 1           | 55715,25695         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16547,903                      | -16204,624   | 1            | 0           | 42529,47843         |  |  |  |                   |  |  |  |
| 16204,624                      | 16547,903    | 0            | 1           | 55703,75555         |  |  |  |                   |  |  |  |



## Qii. Dim 14x14

|             |             |             |             |             |             |            |             |           |            |            |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-----------|------------|------------|-------------|-------------|
| 0,01387305  | 2,97425E-08 | 0,003197525 | #iNUM!      | #iNUM!      | 0,005440205 | 0,01031059 | 0,006980289 | 0,0098496 | 0,00985472 | 0,01014605 | 0,013607636 | 0,006963203 |
| #iNUM!      | 0,01387305  | 0,005440205 | 0,003197525 | #iNUM!      | #iNUM!      | #iNUM!     | 0,010310591 | #iNUM!    | 0,00984956 | 0,0116477  | #iNUM!      | 0,013607636 |
| 0,003197525 | 0,005440205 | 0,010023833 | 6,59207E-08 | 0,009560712 | #iNUM!      | 0,00616875 | #iNUM!      | 0,0055543 | #iNUM!     | #iNUM!     | 0,001443839 | 0,002391734 |
| #iNUM!      | 0,003197525 | #iNUM!      | 0,010023833 | 0,005440205 | 0,009560712 | 0,00361193 | 0,006168746 | 0,0061116 | 0,00555431 | 0,00343703 | #iNUM!      | 0,001443839 |
| #iNUM!      | #iNUM!      | 0,009560712 | 0,005440205 | 0,010548861 | 5,36459E-08 | 0,00759914 | #iNUM!      | 0,0086165 | #iNUM!     | #iNUM!     | 0,00385437  | #iNUM!      |
| 0,005440205 | #iNUM!      | #iNUM!      | 0,009560712 | #iNUM!      | 0,010548861 | 0,00597314 | 0,007599137 | 0,0077307 | 0,00861651 | 0,00739097 | 0,007362513 | 0,00385437  |
| 0,010310591 | #iNUM!      | 0,006168746 | 0,003611926 | 0,007599137 | 0,005973142 | 0,00992316 | 5,63484E-08 | 0,0106969 | 0,00432244 | 0,00233254 | 0,011087095 | #iNUM!      |
| 0,006980289 | 0,010310591 | #iNUM!      | 0,006168746 | #iNUM!      | 0,007599137 | #iNUM!     | 0,009923156 | #iNUM!    | 0,01069694 | 0,01134578 | 0,00554893  | 0,011087095 |
| 0,009849563 | #iNUM!      | 0,005554313 | 0,006111573 | 0,008616514 | 0,007730729 | 0,01069694 | #iNUM!      | 0,0122389 | 5,1432E-08 | #iNUM!     | 0,011529432 | #iNUM!      |
| 0,009854719 | 0,009849563 | #iNUM!      | 0,005554313 | #iNUM!      | 0,008616514 | 0,00432244 | 0,010696944 | #iNUM!    | 0,01223889 | 0,01278572 | 0,008942186 | 0,011529432 |
| 0,011647701 | #iNUM!      | 0,003437027 | 0,005555866 | 0,007390974 | 0,008489676 | 0,01134578 | #iNUM!      | 0,0127857 | 0,00535062 | 6,4478E-08 | 0,01309914  | #iNUM!      |
| 0,010146046 | 0,011647701 | #iNUM!      | 0,003437027 | #iNUM!      | 0,007390974 | 0,00233254 | 0,011345782 | #iNUM!    | 0,01278572 | 0,01376136 | 0,008394453 | 0,01309914  |
| 0,013607636 | #iNUM!      | 0,001443839 | #iNUM!      | 0,00385437  | 0,007362513 | 0,0110871  | 0,00554893  | 0,0115294 | 0,00894219 | 0,00839445 | 0,014038973 | 2,73268E-08 |
| 0,006963203 | 0,013607636 | 0,002391734 | 0,001443839 | #iNUM!      | 0,00385437  | #iNUM!     | 0,011087095 | #iNUM!    | 0,01152943 | 0,01309914 | #iNUM!      | 0,014038973 |

## Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia ([www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)).