
www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados.

Usando la precisión de los puntos de control en el sistema inicial. Versión 3

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	6



Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados.

Usando la precisión de los puntos de control en el sistema inicial. Versión 3

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada 4p MMCC_v3 (versión 3, de las disponibles actualmente en www.topoedu.es para este tipo de conversión).

La ecuación del sistema es:

$$\begin{aligned} ax - by + c &= X + vx \\ bx + ay + d &= Y + vy \end{aligned}$$

Esta hoja de cálculo muestra el proceso de resolución de una transformación bidimensional conforme (transformación de 4 parámetros) a través del método de mínimos cuadrados, en un único proceso de ajuste. En ella se utilizan 3 puntos de control y sus precisiones posicionales. La hoja es capaz de transformar 4 puntos adicionales. Como resultado se muestran las coordenadas más probables de todos los puntos del sistema inicial expresados en el nuevo sistema. Además, también se calculan las incertidumbres de estos nuevos puntos en el nuevo sistema.

Como opciones adicionales, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.

Transformación bidimensional conforme (transformación de 4 parámetros)
Solución mediante mínimos cuadrados: Uso de tres puntos de control

www.topoedu.es Así de simple, así de sencillo...

Configuración

Formato XY:	XY
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

Formulación:

$$\begin{aligned} ax - by + c &= X + vx \\ bx + ay + d &= Y + vy \end{aligned}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) \quad \begin{aligned} X &= x(S\cos\theta) - y(S\sin\theta) + Tx \\ Y &= x(S\sin\theta) + y(S\cos\theta) + Ty \end{aligned}$$

$$S = \frac{a}{\cos\theta}$$

Datos iniciales

	Grad. de libertad:	Sistema inicial		Sistema destino	
		x	y	X	Y
Pto. control 1	1	16546,306	16220,259	42513,815	55705,000
Pto. control 2	2	16605,104	16226,960	42517,780	55764,027
Pto. control 3	3	16607,661	16207,844	42537,068	55763,105
Ptos. a convertir	4	16573,148	16203,347		
	5	16575,387	16187,712		
	6	16562,922	16186,435		
	7	16547,903	16204,624		

Parámetros transformación

Parámetro	Desviación	t-value
a	0,17977676	0,0003 644,4997753
b	0,983511435	0,0003 3525,888675
c=Tx	55491,98279	6,4708 8575,718726
d=Ty	36515,48866	6,4708 5643,095527
θ	88,49025	So Ref. Varianza
S	0,999807198	0,014216 0,000202

Puntos transformados y precisión

Punto	X	Y	Sx	Sy
1	42513,814	55704,996	0,014	0,014
2	42517,794	55764,029	0,010	0,010
3	42537,055	55763,107	0,011	0,011
4	42535,273	55728,355	0,010	0,010
5	42551,053	55727,746	0,012	0,012

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo



Resolución del ejemplo

Esta hoja se acompaña con un ejemplo ya resuelto.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de los puntos de control insertadas en las celdas E14 a E16, para la X, y F14 a F16, para la Y. También, la incertidumbre de estas posiciones insertadas en las celdas G14 a G16, para la X, y H14 a H16, para la Y. Del mismo modo, hemos insertado las coordenadas de estos puntos de control expresadas en el sistema destino, en las celdas I14 a I16, para la X, y J14 a J16, para la Y. Así mismo, también hemos insertado las coordenadas de los puntos a convertir (en el ejemplo, los número 4, 5, 6 y 7), cuyas coordenadas expresaremos en la celdas E17 a E20, y F17 a F20.

		Datos iniciales					
		Sistema inicial				Sistema destino	
		x	y	Sx	Sy	X	Y
Pto. control	1	16546,306	16220,259	0,008	0,005	42513,815	55705,000
Pto. control	2	16605,104	16226,960	0,017	0,009	42517,780	55764,027
Ptos. a convertir	3	16607,661	16207,844	0,025	0,019	42537,068	55763,105
	4	16573,148	16203,347				
	5	16575,387	16187,712				
	6	16562,922	16186,435				
	7	16547,903	16204,624				

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; sistema angular Centesimal, y formato de coordenadas XY.

Configuración	
Formato XY:	XY
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

Hecho esto, automáticamente la hoja de cálculo procesa todos los datos mostrando varios resultados:

1. Por un lado, los parámetros de transformación $a, b, c, y d$ junto a sus estadísticos desviación estándar y t-value. Estos datos aparecen en las celdas C23 a C26, D23 a D26, y E23 a E26 respectivamente. Así mismo, y para complementar los parámetros de conversión, también se expresa el ángulo de rotación, celda C27, y el factor de escala, celda C28. En el mismo bloque de datos también podemos ver los estadísticos del ajuste del sistema; la desviación estándar (S_o), en la celda D28, y la varianza de referencia, en la celda E28.

Parámetros transformación	Desviación	t-value
a	0,179679953	0,0002
b	0,983426169	0,0001
c=Tx	55492,20254	3,6364
d=Ty	36518,47406	3,3581
θ	288,4953	So
S	0,999705914	Ref. Varianza



- Los puntos transformados, expresados en el nuevo sistema, y acompañados de sus incertidumbres posicionales (celdas H24 a H30, para la X, I24 a I30, para la Y, J24 a J30, para la Sx, y K24 a K30, para la Sy).

Puntos transformados y precisión				
Punto	X	Y	Sx	Sy
1	42513,815	55705,000	0,005	0,003
2	42517,790	55764,027	0,009	0,006
3	42537,048	55763,107	0,010	0,006
4	42535,270	55728,358	0,006	0,005
5	42551,048	55727,751	0,006	0,007
6	42550,064	55715,263	0,006	0,007
7	42529,478	55703,761	0,006	0,004

- Un croquis gráfico, con una representación de la distribución de los puntos en ambos sistemas:



- Finalmente, todas las matrices de cálculo, junto al desarrollo matemático:

J. Dim 6x4				K. Dim 6x1		V. Dim 6x1		W. Dim 6x6			
16546,306	-16220,259	1	0	42513,82	0,000	15625	0	0	0	0	0
16220,259	16546,306	0	1	55705,00	0,000	0	40000	0	0	0	0
16605,104	-16226,960	1	0	42517,78	0,010	0	0	3460,20761	0	0	0
16226,960	16605,104	0	1	55764,03	0,000	0	0	0	12345,67901	0	0
16607,661	-16207,844	1	0	42537,0679	-0,020	0	0	0	0	0	0
16207,844	16607,661	0	1	55763,1047	0,002	0	0	0	0	0	2770,0831

Qxx. Dim 6x4			
6,92685E-08	-3,32994E-09	-0,001201161	-0,001068462
-3,32994E-09	2,58344E-08	0,000474192	-0,000373869
-0,001201161	0,000474192	27,5839415	11,63036312
-0,001068462	-0,000373869	11,63036312	23,5239146

X. Dim 4x1
0,179679953
0,983426169
55492,20254
36518,47406

J Puntos a transformar			
16546,306	-16220,259	1	0
16220,259	16546,306	0	1
16605,104	-16226,960	1	0
16226,960	16605,104	0	1
16607,661	-16207,844	1	0
16207,844	16607,661	0	1
16573,148	-16203,347	1	0
16203,347	16573,148	0	1
16575,387	-16187,712	1	0
16187,712	16575,387	0	1
16562,922	-16186,435	1	0
16186,435	16562,922	0	1
16547,903	-16204,624	1	0
16204,624	16547,903	0	1

Tranformados
42513,81486
55704,99975
42517,78974
55764,02727
42537,04835
55763,10713
42535,26953
55728,35812
42551,0477
55727,75072
42550,06382
55715,26286
42529,47767
55703,76098



Qii. Dim 14x14

0,005499421	0,00011915	0,00126062	#!NUM!	0,00091291	0,002752992	0,00420323	0,00298086	0,00412037	0,004064065	0,00410126	0,00546489	0,00276207
0,00011915	0,003456863	0,001080285	0,000417967	#!NUM!	#!NUM!	#!NUM!	0,00257639	#!NUM!	0,002497974	0,00295563	#!NUM!	0,00341765
0,00126062	0,001080285	0,009463121	0,001470718	0,00950968	#!NUM!	0,00622233	#!NUM!	0,00629747	#!NUM!	#!NUM!	0,00125724	#!NUM!
#!NUM!	0,000417967	0,001470718	0,005607964	0,00351828	0,005511268	0,00322106	0,00345629	0,00432999	0,003338107	0,00212858	0,00255861	#!NUM!
0,000912906	#!NUM!	0,009509681	0,003518276	0,00979307	#!NUM!	0,00658456	#!NUM!	0,0069323	#!NUM!	#!NUM!	0,00213295	#!NUM!
0,002752992	#!NUM!	#!NUM!	0,005511268	#!NUM!	0,006455255	0,00189845	0,00489581	0,00339404	0,005770078	0,00516937	0,00397794	0,00294565
0,004203227	#!NUM!	0,006222325	0,003221057	0,00658456	0,001898451	0,00557751	#!NUM!	0,00591262	#!NUM!	#!NUM!	0,00461234	#!NUM!
0,002980864	0,002576393	#!NUM!	0,00345629	#!NUM!	0,004895814	#!NUM!	0,00460388	#!NUM!	0,005572519	0,00546264	0,00322635	0,00404878
0,004120371	#!NUM!	0,006297472	0,004329989	0,0069323	0,003394045	0,00591262	#!NUM!	0,00647237	#!NUM!	#!NUM!	0,00486153	#!NUM!
0,004064065	0,002497974	#!NUM!	0,003338107	#!NUM!	0,005770078	#!NUM!	0,00557252	#!NUM!	0,007014378	0,00692819	0,0042461	0,00492465
0,004800884	#!NUM!	0,004586103	0,004224413	0,00538981	0,004319628	0,00551986	0,00204578	0,00608511	0,002216358	#!NUM!	0,00544055	#!NUM!
0,004101259	0,002955626	#!NUM!	0,002128583	#!NUM!	0,005169373	#!NUM!	0,00546264	#!NUM!	0,006928185	0,00698037	0,0039894	0,00518234
0,005464887	#!NUM!	0,001257237	0,002558612	0,00213295	0,003977936	0,00461234	0,00322635	0,00486153	0,0042461	0,0039894	0,00570253	0,0020892
0,002762073	0,003417647	#!NUM!	#!NUM!	#!NUM!	0,002945647	#!NUM!	0,00404878	#!NUM!	0,004924648	0,00518234	0,0020892	0,00443164

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).