
www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Usando la precisión de los puntos de control en ambos sistemas

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	7



Transformación bidimensional conforme (4 parámetros)

Usando la precisión de los puntos de control en ambos sistemas

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada 4p MMCC v4 (versión 4, de las disponibles actualmente en www.topoedu.es para este tipo de conversión).

La ecuación del sistema es:

$$\begin{aligned} ax - by + c &= X + vx \\ bx + ay + d &= Y + vy \end{aligned}$$

Esta hoja de cálculo muestra el proceso de resolución de una transformación bidimensional conforme (transformación de 4 parámetros) a través del método de mínimos cuadrados, en un único proceso de ajuste. En ella se utilizan 3 puntos de control, y la incertidumbre posicional de los mismos (Sx y Sy) en ambos sistemas (inicial y destino). La hoja es capaz de transformar 4 puntos adicionales. Como resultado se muestran las coordenadas más probables de todos los puntos del sistema inicial expresados en el nuevo sistema. Además, también se calculan las incertidumbres de estos nuevos puntos en el nuevo sistema.

Como opciones adicionales, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.

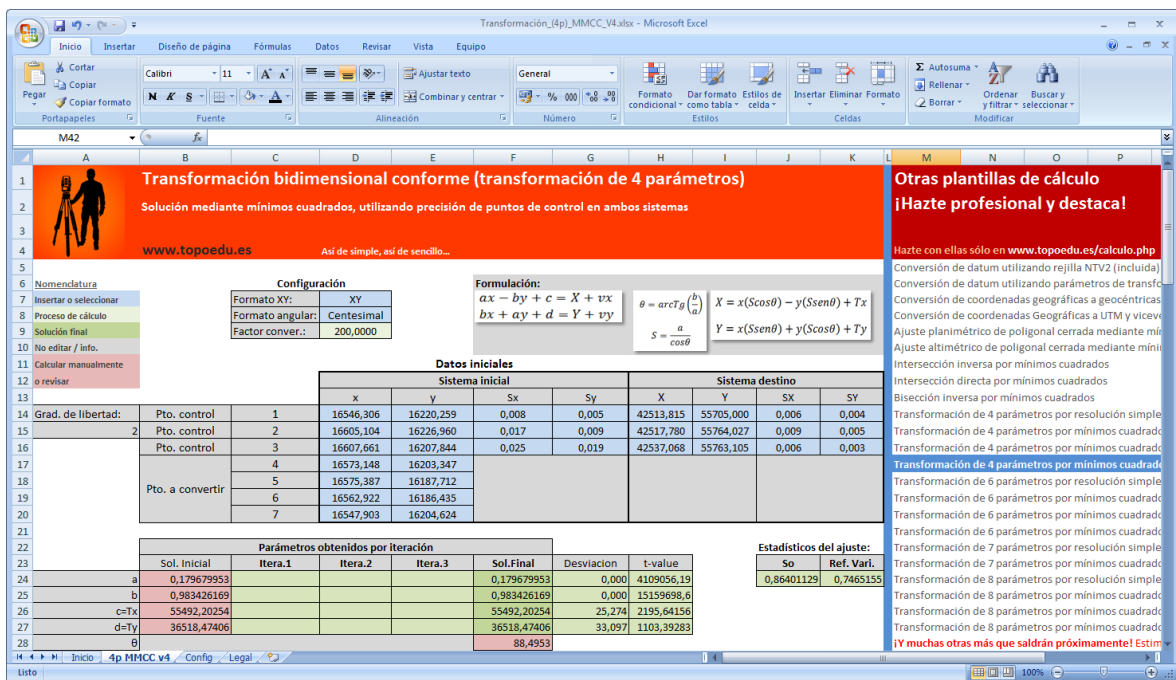


Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo



Resolución del ejemplo

Esta hoja se acompaña con un ejemplo ya resuelto.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de los puntos de control insertadas en las celdas D14 a D16, para la X, y E14 a E16, para la Y, así como la incertidumbre de estas posiciones en las celdas F14 a F16, para la X, y G14 a G16, para la Y.

Del mismo modo, hemos insertado las coordenadas de estos puntos de control expresadas en el sistema destino, en las celdas H14 a H16, para la X, y I14 a I16, para la Y, así como su incertidumbre, en las celdas J14 a J16, para la X, y K14 a K16, para la Y.

Finalmente, también hemos insertado las coordenadas de los puntos a convertir (en el ejemplo, los número 4, 5, 6 y 7), cuyas coordenadas expresaremos en la celdas E17 a E20, y F17 a F20.

		Datos iniciales							
		Sistema inicial				Sistema destino			
		x	y	Sx	Sy	X	Y	SX	SY
Pto. control	1	16546,306	16220,259	0,008	0,005	42513,815	55705,000	0,006	0,004
Pto. control	2	16605,104	16226,960	0,017	0,009	42517,780	55764,027	0,009	0,005
Pto. control	3	16607,661	16207,844	0,025	0,019	42537,068	55763,105	0,006	0,003
Pto. a convertir	4	16573,148	16203,347						
	5	16575,387	16187,712						
	6	16562,922	16186,435						
	7	16547,903	16204,624						

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; sistema angular Centesimal, y formato de coordenadas XY.

Configuración

Formato XY:	XY
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

El método de mínimos cuadrados requiere una solución inicial a partir de la cual se van produciendo refinamientos sucesivos (iteraciones) hasta obtener la convergencia del sistema y, por tanto, la solución más probable.

- Supongamos que conocemos la solución inicial (parámetros a, b, c y d) y que la hemos insertado en las celdas B24 a B27:

	Sol. Inicial
a	0,179679953
b	0,983426169
c=Tx	55492,20254
d=Ty	36518,47406

NOTA: si no sabe cómo obtener la solución inicial consulte la metodología incluida en la hoja técnica de cálculo gratuita Transformación bidimensional conforme (4 parámetros), versión 1, disponible en www.topoedu.es.



- Al insertar los valores iniciales de los parámetros automáticamente se produce la primera iteración, obteniendo la corrección de la solución inicial en las celdas H86 a H89.
- Seleccione por arrastre las celdas H86 a H89 pulse la combinación de teclas Ctrl.+C. Con ello habrá copiado el contenido de estas celdas. A continuación, seleccione la celda C24 y haga clic en el botón derecho del mouse. Seleccione Pegado especial y Valores.

Parámetros obtenidos por iteración							
	Sol. Inicial	Itera.1	Itera.2	Itera.3	Sol.Final	Desviacion	t-value
a	0,179679953	-0,00000119			0,179678758	0,000	4108942,65
b	0,983426169	0,00006385			0,983490014	0,000	15159679,2
c=Tx	55492,20254	1,05512145			55493,25766	25,275	2195,5803
d=Ty	36518,47406	-1,03804740			36517,43601	33,098	1103,30763
θ					88,4961		
S					0,999768505		

Automáticamente la hoja de cálculo vuelve a procesar todo los cálculos de mínimos cuadrados, obteniéndose una nueva corrección. La correspondiente a la segunda iteración. Si analiza la hoja de cálculo verá que éste no utiliza las coordenadas de la columna Sol. Inicial, sino las ubicadas en la columna Sol. Final. Estas son la suma de las iniciales y cada una de las correcciones establecidas en las columnas Iteración1, Iteración2,...

- Repita el paso #3 y copie los resultados en la columna Iteración 2.

Parámetros obtenidos por iteración							
	Sol. Inicial	Itera.1	Itera.2	Itera.3	Sol.Final	Desviacion	t-value
a	0,179679953	-0,00000119	-0,00000001		0,179678753	0,000	4108942,52
b	0,983426169	0,00006385	0,00000000		0,983490016	0,000	15159679,1
c=Tx	55492,20254	1,05512145	0,00011820		55493,25778	25,275	2195,5803
d=Ty	36518,47406	-1,03804740	0,00007571		36517,43609	33,098	1103,30763
θ					88,4961		
S					0,999768506		

Fíjese en las correcciones que se han aplicado en la iteración #2. Como ve, son prácticamente nulas (del entorno de $<0,001$), pudiéndose haber detenido el proceso de cálculo en la iteración #1. No obstante, esta segunda iteración nos ha permitido ver que se produce una convergencia del sistema. Si revisa los datos de corrección de la matriz X verá que ya son totalmente despreciables (nulos). En este punto daremos por resuelta la transformación.

La columna Sol. Final (celdas F24 a F27) contiene el resultado final de los parámetros de transformación $a, b, c, y d$ junto a sus estadísticos desviación estándar y t-value.

Los estadísticos del ajuste, desviación estándar y varianza de referencia, los podemos consultar en las celdas J24 y K24:

Estadísticos del ajuste:	
So	Ref. Vari.
0,8639693	0,74644296



Los puntos transformados, expresados en el nuevo sistema, y acompañados de sus incertidumbres posicionales, están disponibles en las celdas E33 a E39, para la X, F33 a F39, para la Y, G33 a G39, para la Sx, y H33 a H39, para la Sy.

SOLUCIÓN: Puntos transformados y precisión				
	X	Y	SX	SY
1	42513,815	55704,999	0,007	0,008
2	42517,789	55764,030	0,009	0,012
3	42537,049	55763,110	0,011	0,012
4	42535,270	55728,359	0,007	0,008
5	42551,050	55727,752	0,010	0,009
6	42550,066	55715,263	0,010	0,009
7	42529,478	55703,760	0,007	0,008

También disponemos de un croquis gráfico, con una representación de la distribución de los puntos en ambos sistemas:



Finalmente, tenemos todas las matrices de cálculo, junto al desarrollo matemático correspondiente a la última iteración:

Proceso de cálculo

B. Dim 6x12

0,179678753	-0,983490016	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,983490016	0,179678753	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,179678753	-0,983490016	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,983490016	0,179678753	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,17967875	-0,98349002	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,98349002	0,17967875	0	0

I. Dim 12x12

0,00006	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,00003	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,00004	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,00002	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,00029	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,00008	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,000081	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,0000250	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,000625	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,000361	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00004	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

We. Dim 6x6

16222,15472	-1420,374474	0	0	0	0
-1420,374474	12829,02433	0	0	0	0
0	0	6087,200341	-728,4430629	0	0
0	0	-728,4430629	3342,89848	0	0
0	0	0	0	2488,33740505	-185,68188632
0	0	0	0	-185,68188632	1613,37570861

J. Dim 6x4

16546,306	-16220,259	1	0
16220,259	16546,306	0	1
16605,104	-16226,960	1	0
16226,960	16605,104	0	1
16607,661	-16207,844	1	0
16207,844	16607,661	0	1

K

0,00037446
0,0012641
-0,00901024
-0,00300916
0,0190408
-0,0053638



Qxx. Dim 4x4

5,06137E-08	8,17776E-09	-0,000705852	-0,000956404
8,17776E-09	7,50899E-08	0,001082575	-0,001376353
-0,000705852	0,001082575	29,25449352	-6,481675245
-0,000956404	-0,001376353	-6,481675243	38,30939923

Ve

-0,000374
-0,001264
0,009010
0,003009
-0,019041
0,005364

X

0,00000000
0,00000000
0,00000001
0,00000001

J. Dim 14x4

16546,306	-16220,259	1	0
16220,259	16546,306	0	1
16605,104	-16226,960	1	0
16226,960	16605,104	0	1
16607,661	-16207,844	1	0
16207,844	16607,661	0	1
16573,148	-16203,347	1	0
16203,347	16573,148	0	1
16575,387	-16187,712	1	0
16187,712	16575,387	0	1
16562,922	-16186,435	1	0
16186,435	16562,922	0	1
16547,903	-16204,624	1	0
16204,624	16547,903	0	1

QII. Dim 12x12

0,006789976	0,002225063	0,001209807	#¡NUM!	#¡NUM!	0,003211978	0,004936839	0,00401288	0,00464718	0,00528607	0,00557401	0,006619671	0,00410289
0,002225063	0,007612362	0,002393364	0,001614736	#¡NUM!	0,001415099	#¡NUM!	0,00587694	#¡NUM!	0,00582292	#¡NUM!	#¡NUM!	0,00761009
0,001209807	0,002393364	0,009227364	0,003199624	0,009335161	#¡NUM!	0,006162723	#¡NUM!	0,00631066	#¡NUM!	0,00470069	0,001549648	#¡NUM!
#¡NUM!	0,001614736	0,003199624	0,012147051	0,00758664	0,011990704	0,007103237	0,00764238	0,00944644	0,00746154	0,00926474	0,005854513	#¡NUM!
#¡NUM!	#¡NUM!	0,009335161	0,00758664	0,010510565	0,005387191	0,007670272	#¡NUM!	0,00884037	#¡NUM!	0,00769115	0,004059873	#¡NUM!
0,003211978	0,001415099	#¡NUM!	0,011990704	0,005387191	0,012392682	0,006813759	0,0083944	0,00916739	0,00887929	0,00945953	0,006931865	0,00296928
0,004936839	#¡NUM!	0,006162723	0,007103237	0,007670272	0,006813759	0,007171801	0,00296959	0,00827906	0,00238276	0,00809372	0,006423052	#¡NUM!
0,004012884	0,005876945	#¡NUM!	0,007642382	#¡NUM!	0,008394402	0,002969593	0,00753502	0,00386076	0,00816761	0,00475245	0,004749195	0,00664603
0,004647178	#¡NUM!	0,006310661	0,009446445	0,008840374	0,009167387	0,008279064	0,00386076	0,00999848	0,00330795	0,00978915	0,007258262	#¡NUM!
0,005286072	0,005822918	#¡NUM!	0,007461536	#¡NUM!	0,008879292	0,002382765	0,00816761	0,00330795	0,00925917	0,00508467	0,005826028	0,0072531
0,005574009	#¡NUM!	0,004700694	0,009264736	0,00769115	0,009459533	0,008093725	0,00475245	0,00978915	0,00508467	0,00987181	0,007832335	#¡NUM!
0,005455839	0,006754635	#¡NUM!	0,005002149	#¡NUM!	0,006982776	#¡NUM!	0,00784656	#¡NUM!	0,0089974	0,00131001	0,004951981	0,00807105
0,006619671	#¡NUM!	0,001549648	0,005854513	0,004059873	0,006931865	0,006423052	0,0047492	0,00725826	0,00582603	0,00783234	0,007459167	0,00105582
0,00410289	0,007610086	#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,002969281	#¡NUM!	0,00664603	#¡NUM!	0,0072531	#¡NUM!	0,001055821	0,00818244

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).