

---

[www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,  
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

---

Hojas técnicas de cálculo:

## Transformación tridimensional conforme (7 parámetros)

Resolución a través del método de Cramer

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	6



# Transformación tridimensional conforme (7 parámetros)

Resolución a través del método de Cramer

## Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada 7P Cramer V1 (versión 1, de las disponibles actualmente en [www.topoedu.es](http://www.topoedu.es) para este tipo de conversión).

La ecuación del sistema es:

$$X = S(r_{11}x + r_{21}y + r_{31}z) + T_x$$

$$Y = S(r_{12}x + r_{22}y + r_{32}z) + T_y$$

$$Z = S(r_{13}x + r_{23}y + r_{33}z) + T_z$$

Esta hoja de cálculo muestra el proceso de resolución de una transformación tridimensional conforme (transformación de 7 parámetros) a través del método de resolución de Cramer. En ella se utilizan 4 puntos de control (uno más del estrictamente necesario para una resolución directa). La hoja es capaz de transformar 2 puntos adicionales. Como resultado, se calculan las coordenadas de todos los puntos del sistema inicial expresados en el nuevo sistema.

Como opciones adicionales, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.

**Transformación tridimensional conforme (transformación de 7 parámetros)**  
Solución mediante regla de Cramer: Uso de cuatro puntos de control

www.topoedu.es Adá de simple, así de sencillo...

**Configuración**

Formato XY:	XYZ
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

**Formulación:**

$$X = S(r_{11}x + r_{21}y + r_{31}z) + T_x$$

$$Y = S(r_{12}x + r_{22}y + r_{32}z) + T_y$$

$$Z = S(r_{13}x + r_{23}y + r_{33}z) + T_z$$

**Datos iniciales**

		Sistema inicial			Sistema destino		
		x	y	Z	X	Y	Z
Pto. control	1	656344,096	4200198,005	78,670	656455,060	4200405,800	101,554
Pto. control	2	661521,895	4201002,861	78,840	661632,710	4201210,460	102,365
Pto. control	3	651297,291	4196676,436	105,038	651408,130	4196884,170	109,578
Pto. control	4	678116,861	4188637,768	121,614	678227,960	4188845,460	111,335
Ptos.	5	664349,469	4205731,614	121,828			
Convteidos	6	659146,377	4209017,384	173,931			

**Solución sistema mediante Cramer**

Incógnitas	Deter.	Sol.	r. II	Parámetros
Sr11	-3,078E+27	0,999989432	2,45156849	θ1-rot-x 3,19489159
Sr12	6,375E+22	-2,07071E-05	-5,0765E-05	θ2-rot-y -3,40298731
Sr13	-9,499E+22	3,0855E-05	7,5644E-05	θ3-rot-z 0,00716456
Sr21	3,465E+23	-0,000112539	-0,0002759	S 0,407897815
Sr22	-3,078E+27	0,999894007	2,45133455	Tx 592,302
Sr23	-2,226E+24	0,000723214	0,001773026	Ty 668,187

**Puntos transformados (solución)**

Punto	X	Y	Z
1	656455,060	4200405,800	101,554
2	661632,710	4201210,460	102,365
3	651408,130	4196884,170	109,578
4	678227,960	4188845,460	111,335
5	664458,785	4205937,775	123,360
6	659254,243	4209222,240	146,771

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo



## Resolución del ejemplo

Esta hoja se acompaña con un ejemplo ya resuelto.

Lo primero que ha de hacer es observar la nomenclatura de las celdas a través de la leyenda ubicada en vertical que encontrará a partir de la celda A6. Esta leyenda le informa sobre qué celdas debe modificar, y cuáles no debe modificar y, si fuera necesario, cuáles debe revisar.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de los puntos de control insertadas en las celdas E14 a E17, para la X, F14 a F17, para la Y, y G14 a G17, para la Z. Del mismo modo, hemos insertado las coordenadas de estos puntos de control, expresadas en el sistema destino, en las celdas H14 a H17, para la X, I14 a I17, para la Y, y J14 a J17, para la Z.

Datos iniciales							
		Sistema inicial			Sistema destino		
		x	y	Z	X	Y	Z
Pto. control	1	656344,096	4200198,005	78,670	656455,060	4200405,800	101,554
Pto. control	2	661521,895	4201002,861	78,840	661632,710	4201210,460	102,365
Pto. control	3	651297,291	4196676,436	105,038	651408,130	4196884,170	109,578
Pto. control	4	678116,861	4188637,768	121,614	678227,960	4188845,460	111,335
Ptos.	5	664349,469	4205731,614	121,828			
Convettidos	6	659146,377	4209017,384	173,931			

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; sistema angular Centesimal, y formato de coordenadas XY.

Configuración	
Formato XY:	XY
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

Hecho esto, automáticamente la hoja de cálculo procesa todos los datos mostrando varios resultados:

Solución sistema mediante Cramer					
Incógnitas	Deter.	Sol.	r_ii	Parámetros	
Sr11	-3,078E+27	0,999989432	2,45156849	θ1-rot-x	3,19489159
Sr12	6,375E+22	-2,07071E-05	-5,0765E-05	θ2-rot-y	-3,40298731
Sr13	-9,499E+22	3,0855E-05	7,5644E-05	θ3-rot-z	0,00716456
Sr21	3,465E+23	-0,000112539	-0,0002759	S	0,407897815
Sr22	-3,078E+27	0,999894007	2,45133455	Tx	592,302
Sr23	-2,226E+24	0,000723214	0,001773026	Ty	668,187
Sr31	6,709E+25	-0,021793388	-0,05342855	Tz	-2988,341
Sr32	6,290E+25	-0,020432632	-0,05009253		
Sr33	-1,252E+27	0,406802389	0,99731446		
Tx	-1,823E+30	592,3022124			
Ty	-2,057E+30	668,1867208			
Tz	9,200E+30	-2988,3406565			

1. Por un lado, el nombre de las incógnitas directas del sistema de ecuaciones, contenidas en la columna Incógnitas. Por otro, unos valores auxiliares correspondientes a los determinantes



necesarios para la resolución por Cramer, ubicados en la columna **Deter**. La solución de estas incógnitas se muestran en la columna **Sol**.

2. Adyacente a la columna anterior, se muestra la columna  $r_{ii}$ . Esta columna contiene todas las incógnitas  $r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{31}, r_{32}, y r_{33}$ .
3. Los parámetros, expresados en términos de rotación (rotación respecto al eje X, rotación respecto al eje Y, y rotación respecto al eje Z), en términos de escala, y en términos de traslación (traslación en X, Y y Z), se muestran, respectivamente, en las celdas F23 a F29. Fíjese que los valores de rotación deben ser revisados si modifica las coordenadas, o reutiliza esta hoja para transformar otros puntos.

Parámetros	
$\theta 1$ -rot-x	3,19489159
$\theta 2$ -rot-y	-3,40298731
$\theta 3$ -rot-z	0,00716456
S	0,407897815
Tx	592,302
Ty	668,187
Tz	-2988,341

4. Finalmente verá las coordenadas de los puntos convertidos (los puntos de control más los puntos a convertir que hay insertado), expresadas en el nuevo sistema.

Puntos transformados (solución)			
Punto	X	Y	Z
1	656455,060	4200405,800	101,554
2	661632,710	4201210,460	102,365
3	651408,130	4196884,170	109,578
4	678227,960	4188845,460	111,335
5	664458,785	4205937,775	123,360
6	659254,243	4209222,240	146,771

De forma adicional, dispone de una representación gráfica de los puntos en ambos sistemas (en este ejemplo son prácticamente idénticos pues se tratan de posiciones UTM expresadas en ED50 y ETRS89):



Más abajo podrá consultar cada uno de los determinantes que se han utilizado en el proceso de cálculo:



EJERCICIO 1									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
EJERCICIO 2									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
EJERCICIO 3									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
EJERCICIO 4									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
EJERCICIO 5									
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

### Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia ([www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)).