
www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Transformación bidimensional proyectiva (8 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados. Versión 2

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	7



Transformación bidimensional proyectiva (8 parámetros)

Solución mediante mínimos cuadrados. Versión 2

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada 8p MMCC V2 (versión 2, de las disponibles actualmente en www.topoedu.es para este tipo de conversión).

La ecuación del sistema es:

$$X = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_3x + b_3y + 1}$$

$$Y = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{a_3x + b_3y + 1}$$

Esta hoja de cálculo muestra el proceso de resolución de una transformación bidimensional proyectiva (transformación de 8 parámetros) a través del método de mínimos cuadrados, en un proceso iterativo. En ella se utilizan hasta 6 puntos de control. La hoja es capaz de transformar 2 puntos adicionales. Como resultado se muestran las coordenadas más probables de todos los puntos del sistema inicial expresados en el nuevo sistema. Además, también se calculan las incertidumbres de estos nuevos puntos en el nuevo sistema.

Como opciones adicionales, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.

Transformación bidimensional proyectiva (transformación de 8 parámetros)
Solución mediante mínimos cuadrados, sin matriz de pesos.

www.topoedu.es Así de simple, así de sencillo...

Configuración

Formato XY:	XY
Formato angular:	Centesimal
Factor conver.:	200,0000

Formulación:

$$X = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_3x + b_3y + 1}$$

$$Y = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{a_3x + b_3y + 1}$$

Datos iniciales

	Pto. control	1	Sistema inicial		Sistema destino	
			x	y	X	Y
	Pto. control	1	2678,111	1218,091	15752,900	4162,503
	Pto. control	2	2488,864	1365,072	15957,179	4290,436
	Pto. control	3	2535,125	1436,462	16008,616	4222,052
	Pto. control	4	2657,084	1495,254	16021,976	4086,520
	Pto. control	5	2758,016	1453,260	15947,504	4005,702
	Pto. control	6	2833,715	1360,872	15833,958	3966,147
	Ptos. a convertir	7	2661,290	1415,465		
		8	2762,221	1323,077		

Parámetros transformación por iteración

Parámetros	Solución Inicial	Iteracion1	Iteracion2	Iteracion3	Solución final	Desviacion	t-value
a1	-0,3459448292	-0,010512	0,000012		-0,3564442	0,017368	19,91895102
a2	-0,9445215615	-0,001648	0,000003		-0,9461668	0,002866	329,580598
a3	-0,0000000109	-0,000001	0,000000		-0,0000007	0,000001	0,009378446
b1	0,9434747032	0,005211	-0,000016		0,9486702	0,028884	32,66402048

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo



Resolución del ejemplo

Esta hoja se acompaña con un ejemplo ya resuelto.

Lo primero que ha de hacer es observar la nomenclatura de las celdas a través de la leyenda ubicada en vertical que encontrará a partir de la celda A6. Esta leyenda le informa sobre qué celdas debe modificar, y cuáles no debe modificar y, si fuera necesario, cuáles debe revisar.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de los puntos de control insertadas en las celdas E14 a E19, para la X, y F14 a F19, para la Y. Del mismo modo, hemos insertado las coordenadas de estos puntos de control, expresadas en el sistema destino, en las celdas G14 a G19, para la X, y H14 a H19, para la Y. Las coordenadas de los puntos a convertir también las hemos insertado en sus celdas correspondientes (E20 a E21, y F20 a F21 respectivamente).

Datos iniciales					
		Sistema inicial		Sistema destino	
		x	y	X	Y
Pto. control	1	2678,111	1218,091	15752,900	4162,503
Pto. control	2	2488,864	1365,072	15957,179	4290,436
Pto. control	3	2535,125	1436,462	16008,616	4222,052
Pto. control	4	2657,084	1495,254	16021,976	4086,520
Pto. control	5	2758,016	1453,260	15947,504	4005,702
Pto. control	6	2833,715	1360,872	15833,958	3966,147
Ptos. a convertir	7	2661,290	1415,465		
	8	2762,221	1323,077		

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; formato de coordenadas XY.

Configuración	
Formato XY:	XY

El método de mínimos cuadrados requiere una solución inicial a partir de la cual se van produciendo refinamientos sucesivos (iteraciones) hasta obtener la convergencia del sistema y, por tanto, la solución más probable.

1. Supongamos que conocemos la solución inicial, insertada en las celdas C25 a C32:

Parámetros	Solución inicial
a1	-0,3459448292
a2	-0,9445215615
a3	-0,0000000109
b1	0,9434747032
b2	-0,3460276031
b3	-0,0000000632
c1	15528,47000972
c2	7113,08825831

NOTA: si no sabe cómo obtener la solución inicial consulte la metodología incluida en la hoja técnica de cálculo gratuita Transformación bidimensional proyectiva (8 parámetros), versión 1, disponible en www.topoedu.es.



- Al insertar los valores iniciales de los parámetros automáticamente se produce la primera iteración, obteniendo la corrección de la solución inicial en las celdas J73 a J80. Estas correcciones se presentan de forma ordenada, y preparada para su utilización, en las celdas L73 a L80.
- Seleccione por arrastre las celdas L73 a L80 y pulse la combinación de teclas Ctrl.+C. Con ello habrá copiado el contenido de estas celdas. A continuación, seleccione la celda D25 y haga clic en el botón derecho del mouse. Seleccione Pegado especial y Valores.

Parámetros transformación por iteración								
Parámetros	Solución inicial	Iteracion1	Iteracion2	Iteracion3	Solución final	Desviacion	t-value	
a1	-0,3459448292	-0,010512			-0,3564564	0,017368	19,91900732	
a2	-0,9445215615	-0,001648			-0,9461695	0,002866	329,5809455	
a3	-0,0000000109	-0,000001			-0,0000007	0,000001	0,009378472	
b1	0,9434747032	0,005211			0,9486860	0,028884	32,66399874	
b2	-0,3460276031	0,002093			-0,3439345	0,006187	55,93173039	
b3	-0,0000000632	0,000000			0,0000003	0,000002	0,037797981	
c1	15528,47000972	0,055463			15528,525473	1,522494	10199,36564	
c2	7113,08825831	-3,870756			7109,2175020	11,572012	614,6803647	
							Estadísticos del ajuste	
							So	Varianza
							0,03706406	0,001373745

Automáticamente la hoja de cálculo vuelve a procesar todos los cálculos de mínimos cuadrados, obteniéndose una nueva corrección. La correspondiente a la segunda iteración. Si analiza la hoja de cálculo verá que ésta no utiliza las coordenadas de la columna Sol. Inicial, sino las ubicadas en la columna Sol. Final. Estas son la suma de las iniciales y cada una de las correcciones establecidas en las columnas Iteración1, Iteración2,...

- Repita el paso #3 y copie los resultados en la columna Iteración 2.

Parámetros transformación por iteración								
Parámetros	Solución inicial	Iteracion1	Iteracion2	Iteracion3	Solución final	Desviacion	t-value	
a1	-0,3459448292	-0,010512	0,000012		-0,3564442	0,017368	19,91895102	
a2	-0,9445215615	-0,001648	0,000003		-0,9461668	0,002866	329,580598	
a3	-0,0000000109	-0,000001	0,000000		-0,0000007	0,000001	0,009378446	
b1	0,9434747032	0,005211	-0,000016		0,9486702	0,028884	32,66402048	
b2	-0,3460276031	0,002093	-0,000004		-0,3439390	0,006187	55,93175692	
b3	-0,0000000632	0,000000	0,000000		0,0000003	0,000002	0,037798005	
c1	15528,47000972	0,055463	0,000311		15528,525784	1,522494	10199,36648	
c2	7113,08825831	-3,870756	0,001964		7109,2194656	11,572027	614,6795421	
							Estadísticos del ajuste	
							So	Varianza
							0,03706406	0,001373745

Fíjese en las correcciones que se han aplicado en la iteración #2. Como ve, son bastante más pequeñas que en la iteración anterior. Esta segunda iteración nos ha permitido ver que se produce una convergencia del sistema. Si revisa los datos de corrección de la matriz X verá que ya son prácticamente despreciables ($<0,00001$). En este punto daremos por resuelta la transformación.

La columna Sol. Final (celdas G25 a G32) contiene el resultado final de los parámetros de transformación a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 , b_3 , c_1 y c_2 junto a sus estadísticos desviación estándar y t-value.

Los estadísticos del ajuste, desviación estándar y varianza de referencia, los podemos consultar en las celdas J32 y K32:

Estadísticos del ajuste	
So	Varianza
0,03706406	0,001373745



Los puntos transformados, expresados en el nuevo sistema, y acompañados de sus incertidumbres posicionales, están disponibles en las celdas D36 a D43, para la X, E36 a E43, para la Y, F36 a F43, para la Sx, y G36 a G43, para la Sy.

SOLUCIÓN: Puntos transformados y precisión				
Punto	X	Y	SX	SY
1	15752,894	4162,514	0,036	0,036
2	15957,175	4290,427	0,031	0,032
3	16008,620	4222,050	0,024	0,025
4	16022,006	4086,530	0,030	0,029
5	15947,449	4005,705	0,025	0,025
6	15833,989	3966,134	0,032	0,034
7	15945,179	4110,147	0,019	0,022
8	15823,001	4046,750	0,025	0,027

También disponemos de un croquis gráfico, con una representación de la distribución de los puntos en ambos sistemas:



Finalmente, tenemos todas las matrices de cálculo, junto al desarrollo matemático correspondiente a la última iteración:

Proceso de cálculo									
J. Dim 12x8				K. Dim 6x1				V. Dim 6x1	
2682,095	1219,903	1,001	0	0	0	-42250758,91	-19217003,76	0,005553	-0,00555
0	0	0	2682,095	1219,903	1,001	-11164257,02	-5077863,092	-0,010693	0,01069
2492,110	1366,853	1,001	0	0	0	-39767042,06	-21811105,65	0,004120	-0,00412
0	0	0	2492,110	1366,853	1,001	-10692216,76	-5864380,584	0,009460	-0,00946
2538,454	1438,348	1,001	0	0	0	-40637150,06	-23025973,81	-0,003877	0,00388
0	0	0	2538,454	1438,348	1,001	-10717482,17	-6072779,795	0,001539	-0,00154
2660,751	1497,317	1,001	0	0	0	-42630564,59	-23990029	-0,030107	0,03011
0	0	0	2660,751	1497,317	1,001	-10873238,25	-6118832,896	-0,010200	0,01020
2762,058	1455,390	1,001	0	0	0	-44047777,5	-23209754,09	0,0554	-0,05535
0	0	0	2762,058	1455,390	1,001	-11063990,44	-5829862,749	-0,003	0,00338
2838,107	1362,981	1,002	0	0	0	-44938562,68	-21581433,44	-0,0310	0,03104
0	0	0	2838,107	1362,981	1,002	-11256313,78	-5405766,722	0,013	-0,01327

Qxx. Dim 8x8							
0,219571	0,025255	-15,372723	0,024509	-0,015937	113,036653	0,000015	-0,000001
0,025255	0,607317	-18,922071	-0,041370	0,125160	166,833805	0,000003	0,000035
-15,372723	-18,922071	1687,349150	-0,460262	-2,485082	#####	-0,001052	-0,000946
0,024509	-0,041370	-0,460262	0,005979	-0,011063	1,338572	0,000002	-0,000003
-0,015937	0,125160	-2,485082	-0,011063	0,027861	24,086794	-0,000001	0,000007
113,036653	166,833805	-12256,688110	1,338572	24,086794	#####	0,007806	0,008572
0,000015	0,000003	-0,001052	0,000002	-0,000001	0,007806	0,000000	0,000000
-0,000001	0,000035	-0,000946	-0,000003	0,000007	0,008572	0,000000	0,000000

X. Dim 6x1	
a1	0,000000
b1	0,000000
c1	0,000000
a2	0,000000
b2	0,000000
c2	0,000003
a3	0,000000
b3	0,000000

Ordenados para copiar y pegar	
a1	0,000000
a2	0,000000
a3	0,000000
b1	0,000000
b2	0,000000
b3	0,000000
c1	0,000000
c2	0,000003



J. Dim 16x8

2682,095	1219,903	1,001	0,000	0,000	0,000	-42250758,907	#####
0,000	0,000	0,000	2682,095	1219,903	1,001	-11164257,024	-5077863,092
2492,110	1366,853	1,001	0,000	0,000	0,000	-39767042,063	#####
0,000	0,000	0,000	2492,110	1366,853	1,001	-10692216,760	-5864380,584
2538,454	1438,348	1,001	0,000	0,000	0,000	-40637150,065	#####
0,000	0,000	0,000	2538,454	1438,348	1,001	-10717482,173	-6072779,795
2660,751	1497,317	1,001	0,000	0,000	0,000	-42630564,589	#####
0,000	0,000	0,000	2660,751	1497,317	1,001	-10873238,250	-6118832,896
2762,058	1455,390	1,001	0,000	0,000	0,000	-44047777,499	#####
0,000	0,000	0,000	2762,058	1455,390	1,001	-11063990,435	-5829862,749
2838,107	1362,981	1,002	0,000	0,000	0,000	-44938562,682	#####
0,000	0,000	0,000	2838,107	1362,981	1,002	-11256313,781	-5405766,722
2665,042	1417,460	1,001	0,000	0,000	0,000	-42494564,749	#####
0,000	0,000	0,000	2665,042	1417,460	1,001	-10953713,197	-5825970,732
2766,398	1325,078	1,002	0,000	0,000	0,000	-43772713,258	#####
0,000	0,000	0,000	2766,398	1325,078	1,002	-11194918,571	-5362257,140

Qli. Dim.16x16

0,036004155	0,004392734	0,009727474	# NUM!	# NUM!	0,01295396	# NUM!	0,005032229	# NUM!	# NUM!	0,01058756	0,007893597	0,002163489	0,011303563	0,019190385	0,01486706
0,004392734	0,03644384	0,008294893	0,008340935	# NUM!	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,012165031	# NUM!	# NUM!	0,006842283	0,011690376	0,018037105	# NUM!	0,02404466
0,009727474	0,008294893	0,031062157	0,007170902	0,02281072	# NUM!	# NUM!	0,007759111	# NUM!	0,012482596	# NUM!	# NUM!	0,018175537	# NUM!	0,013172817	# NUM!
# NUM!	0,008340935	0,007170903	0,031852666	0,01085435	0,02165838	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,01488262	# NUM!	0,005486428	# NUM!	# NUM!	0,010119345	# NUM!
# NUM!	# NUM!	0,02281072	0,010854354	0,02404466	# NUM!	0,018599982	# NUM!	0,007332118	# NUM!	# NUM!	0,011541181	0,014409425	# NUM!	# NUM!	# NUM!
0,012953962	# NUM!	# NUM!	0,021658382	# NUM!	0,02546116	0,01416434	0,018526016	# NUM!	0,002991989	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,017742862	# NUM!	0,01000328
# NUM!	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,01859998	0,01416434	0,029840364	# NUM!	0,020399339	# NUM!	# NUM!	0,011047337	0,019563189	0,010786235	# NUM!	0,01599702
0,00503223	# NUM!	0,007759112	# NUM!	# NUM!	0,01852602	# NUM!	0,028534679	0,011957905	0,023422821	# NUM!	# NUM!	0,011831647	0,023167581	# NUM!	0,0084408
# NUM!	0,01216503	# NUM!	# NUM!	0,00733212	# NUM!	0,020399339	0,011957906	0,024651454	0,006655056	0,020738265	# NUM!	0,019144823	0,010835578	0,016671665	0,00154617
# NUM!	# NUM!	0,012482597	# NUM!	# NUM!	0,00299199	# NUM!	0,022422821	0,006655055	0,02509038	0,011294363	0,018384331	0,009745053	0,016717449	0,010305247	0,01233074
0,010587562	# NUM!	# NUM!	0,01488262	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,020738265	0,011294363	0,032426773	0,005563175	0,016751054	# NUM!	# NUM!	0,027550869	# NUM!
0,007893597	0,00684228	# NUM!	0,005486428	0,01154118	# NUM!	0,011047336	# NUM!	# NUM!	0,018384331	0,005563174	0,034149653	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,02459301
0,002163496	0,01169038	0,018175538	# NUM!	0,01440943	# NUM!	0,013563189	0,01181647	0,019144823	0,009743504	0,016751054	# NUM!	0,019018867	0,008135158	0,016069764	# NUM!
0,011303563	0,01803711	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,01774286	0,010786235	0,023167581	0,010835577	0,016717449	# NUM!	# NUM!	0,008135158	0,022171592	# NUM!	0,01754404
0,019190386	# NUM!	0,013172818	0,010119345	# NUM!	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,016671665	0,010305247	0,027550868	# NUM!	0,016069764	# NUM!	0,025478489	# NUM!
0,014867065	0,02404466	# NUM!	# NUM!	# NUM!	0,01000328	0,015997023	0,008440797	0,001546169	0,012330743	# NUM!	0,024593009	# NUM!	0,017544036	# NUM!	0,02661621

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).