
www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,
nunca vistos hasta ahora.



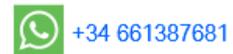
Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Ajuste planimétrico de poligonal cerrada mediante mínimos cuadrados

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	8



Ajuste planimétrico de poligonal cerrada mediante mínimos cuadrados

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada AjustePlanimétrico.

Esta hoja de cálculo proporciona un ejemplo de compensación de una poligonal cerrada, formada por 4 bases (1000, 2000, 3000 y 4000), y una referencia (1111), a través del método de mínimos cuadrados. La hoja está preparada para realizar el ajuste tanto en el sistema centesimal como en el sistema sexagesimal.

Además, es posible elegir entre un formato de coordenadas de tipo XYZ o ENZ.

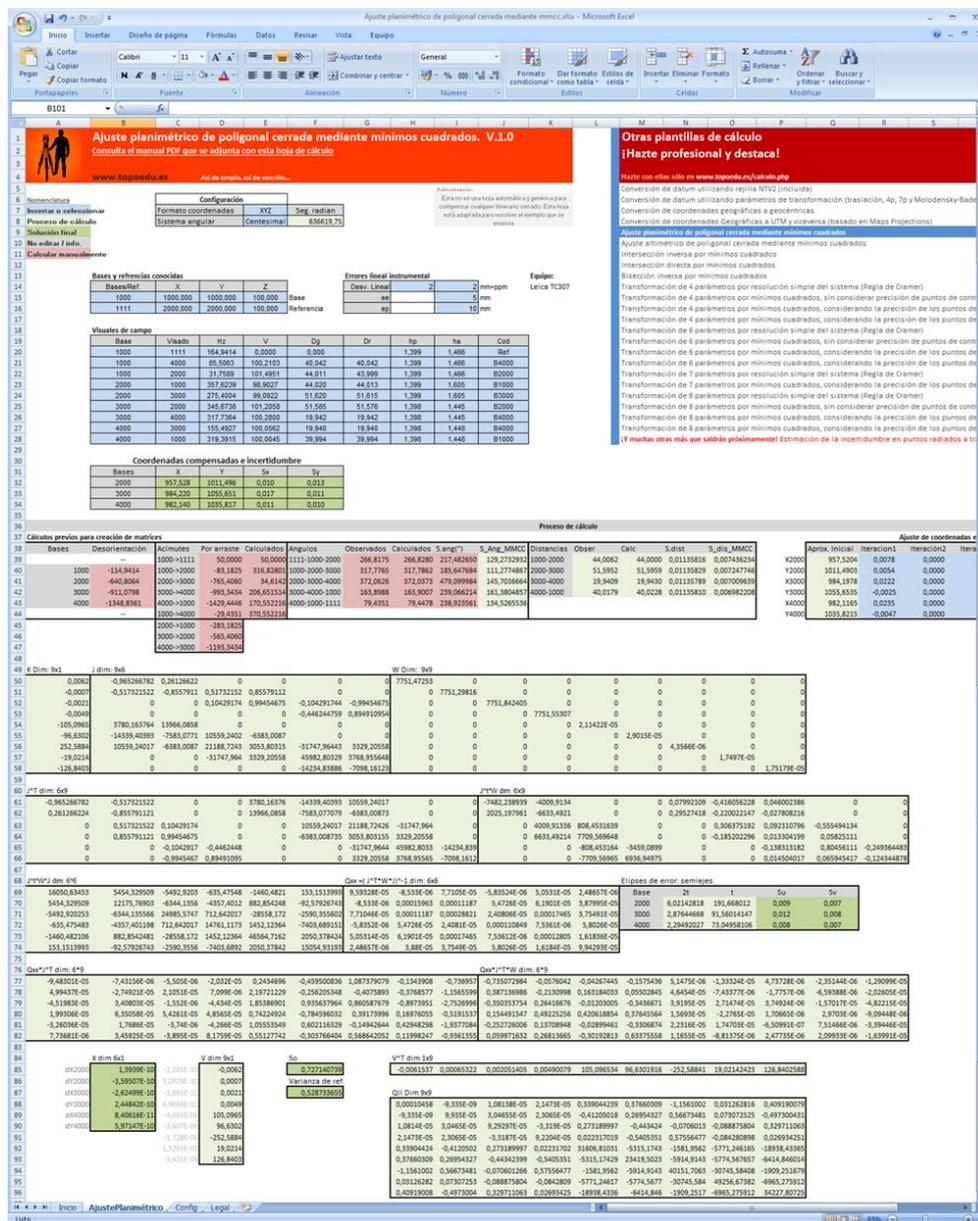


Fig. 1. Captura casi total de la hoja de cálculo



Debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Ésta no es una hoja genérica, pudiendo arrojar resultados incoherentes si introduce nuevos datos de observación, y de coordenadas, o los modifica, sin tomar las debidas precauciones.
- El fin de esta hoja es mostrar un ejemplo de aplicación del método de mínimos cuadrados; cómo se montan las matrices de cálculo y cómo se operan con ellas en una hoja de cálculo.

Esta hoja de cálculo muestra todas las matrices que intervienen en el proceso de ajuste planimétrico de una poligonal cerrada mediante el método de mínimos cuadrados. En ella se producen varias iteraciones (reflejadas debidamente) hasta obtener una corrección nula. Además, se muestra cómo obtener la incertidumbre de las coordenadas ajustadas, así como los semiejes de las elipses de error.

Resolución del ejemplo

Lo primero que ha de hacer es observar la nomenclatura de las celdas a través de la leyenda ubicada en vertical que encontrará a partir de la celda A6. Esta leyenda le informa sobre qué celdas debe modificar, y cuáles no debe modificar y, si fuera necesario, cuáles debe revisar.

Supongamos las observaciones de campo que se muestran en las secciones Bases y referencias conocidas así como Visuales de campo. Además, supongamos que hemos configurado las opciones de la sección Configuración para trabajar en el sistema centesimal y formato XYZ.

Nomenclatura		Configuración			Advertencia:			
Insertar o seleccionar		Formato coordenadas	XYZ	Seg. radian	Esta no es una hoja automática y genérica para compensar cualquier itinerario cerrado. Esta hoja está adaptada para resolver el ejemplo que se enuncia.			
Proceso de cálculo		Sistema angular	Centesimal	636619,75				
Solución final								
No editar / info.								
Calcular manualmente								
Bases y referencias conocidas				Errores lineales instrumental		Equipo:		
Bases/Ref.	X	Y	Z	Desv. Lineal	2	mm+ppm		
1000	1000,000	1000,000	100,000	ee		5 mm		
1111	2000,000	2000,000	100,000	ep		10 mm		
						Leica TC307		
Visuales de campo								
Base	Visado	Hz	V	Dg	Dr	hp	ha	Cod
1000	1111	164,9414	0,0000	0,000		1,399	1,466	Ref
1000	4000	85,5063	100,2103	40,042	40,042	1,399	1,466	B4000
1000	2000	31,7589	101,4951	44,011	43,999	1,399	1,466	B2000
2000	1000	357,6239	98,9027	44,020	44,013	1,399	1,605	B1000
2000	3000	275,4004	99,0922	51,620	51,615	1,399	1,605	B3000
3000	2000	345,6738	101,2058	51,585	51,576	1,398	1,445	B2000
3000	4000	317,7364	100,2800	19,942	19,942	1,398	1,445	B4000
4000	3000	155,4927	100,0562	19,940	19,940	1,398	1,448	B4000
4000	1000	319,3915	100,0045	39,994	39,994	1,398	1,448	B1000

Fig. 2. Configuración general, datos de observación y algunos datos técnicos del instrumento

Fíjese también (Fig. 2) que se han identificado algunos errores teóricos del instrumento empleado (Leica TC307). En la sección Errores lineales instrumental se han definido; la desviación lineal del instrumento (2mm+2ppm), así como los errores de centrado del instrumento (5mm) y del jalón (10mm).



Para resolver la poligonal es preciso la intervención del usuario, y sus habilidades para realizar determinados cálculos, como son la desorientación de las bases 1000, 2000, 3000 y 4000, los acimutes de los ejes (incluidos los recíprocos), tanto por arrastre acimutal como por trigonometría, y los ángulos de la poligonal, obtenidos por diferencia de observaciones angulares. Todos estos datos se procesarán en las casillas debidamente indicadas (color rojizo).

Pasos para resolver la poligonal por iteración:

1. Primero calcularemos las coordenadas temporales de las bases. Para ello, es preciso determinar los acimutes de ida.

- En las celdas B40 a B43 calcularemos las desorientaciones de las bases 1000, 2000, 3000 y 4000.

Bases	Desorientación
	--
1000	285,0586
2000	159,1936
3000	288,9202
4000	251,1639
	--

- En las celdas D39 a D44 calcularemos los acimutes de la dirección marcada en las celdas C39 a C44, a través de las observaciones entre bases. También anotaremos los acimutes recíprocos en las celdas D45 a D47.

Acimutes	Por arrastre
1000->1111	50,0000
1000->2000	316,8175
2000->3000	34,5940
3000->4000	206,6566
4000->1000	170,5554
1000->4000	370,5649
2000->1000	116,8175
3000->2000	234,5940
4000->3000	6,6566

- A continuación obtendremos las distancias medias de los ejes, a través de las distancias reducidas que aparecen en el listado de campo. Estas se reflejarán en las celdas L39 a L42.

Distancias	Obser
1000-2000	44,0062
2000-3000	51,5952
3000-4000	19,9409
4000-1000	40,0179



- Haciendo uso de los acimutes anteriores y de las distancias reducidas, calculamos las coordenadas de las bases 2000, 3000 y 4000. Estas se considerarán *coordenadas iniciales temporales*, y las insertaremos en las celdas Q39 a Q44:

	Aprox. Inicial	Iteración1	Iteración2	Iteración3	Iteración4	Compensadas
X2000	957,5204					957,5204
Y2000	1011,4903					1011,4903
X3000	984,1978					984,1978
Y3000	1055,6535					1055,6535
X4000	982,1165					982,1165
Y4000	1035,8215					1035,8215

Además de ello, fíjese en que la hoja repite estas coordenadas en las celdas V39 a V44 (columna *Compensadas*). Esta columna contendrá el valor inicial de cada componente corregida para cada iteración. Es preciso que preste especial atención a estas celdas pues a partir de ahora haremos referencia a ellas. De esta forma, al iterar, los valores se actualizarán y con ello todos los cálculos y matrices que de ellas dependen.

2. Ahora calcularemos los acimutes y distancias que se obtiene a través de las coordenadas iniciales temporales (haciendo siempre referencia a las coordenadas de la columna *Compensadas*).

- En las celdas E39 a E44 insertaremos los acimutes que calcularemos a través de las coordenadas temporales (columna *Compensadas*). También haremos uso de las coordenadas de la base inicial.

Acimutes	Por arraste	Calculados
1000->1111	50,0000	50,0000
1000->2000	316,8175	316,8175
2000->3000	34,5940	34,5940
3000->4000	206,6566	206,6566
4000->1000	170,5554	170,522055
1000->4000	370,5649	370,522055
2000->1000	116,8175	
3000->2000	234,5940	
4000->3000	6,6566	

- Calcularemos los ángulos internos de la poligonal, anotándolos en las celdas H39 a H43.

Ángulos	Observados	Calculados
1111-1000-2000	266,8175	266,8280
1000-2000-3000	317,7765	317,7862
2000-3000-4000	372,0626	372,0373
3000-4000-1000	163,8988	163,9007
4000-1000-1111	79,4351	79,4478

- Insertaremos el error angular para cada ángulo cometido por el instrumento en función de la distancia observada, y de los errores instrumentales. Esto lo haremos en las celdas I39 a I43 (estos datos debe estimarlos según las fórmulas clásicas de errores en instrumentación).



Angulos	Observados	Calculados	S.ang(")
1111-1000-2000	266,8175	266,8280	217,482650
1000-2000-3000	317,7765	317,7862	185,647684
2000-3000-4000	372,0626	372,0373	479,099984
3000-4000-1000	163,8988	163,9007	239,066214
4000-1000-1111	79,4351	79,4478	238,923561

- La hoja de cálculo estima también las distancias entre ejes haciendo uso de las coordenadas temporales (columna Compensadas). Estas distancias aparecerán en las celdas M39 a M42. También habrá calculado el error línea originado por eje, anotándolos en la columna S.dist (N39 a N42).

Distancias	Obser	Calc	S.dist
1000-2000	44,0062	44,0062	0,01135816
2000-3000	51,5952	51,5952	0,01135829
3000-4000	19,9409	19,9409	0,01135789
4000-1000	40,0179	40,0375	0,01135810

- Ahora tan sólo hay que iterar, obteniendo las correcciones de las coordenadas temporales en cada iteración. Este proceso conlleva obtener y manejar una serie de matrices. En esta hoja se han desglosado las matrices por cálculos para que pueda apreciar con mayor detalle cada paso.

Las matrices importantes serán la matriz K, J, W, Qxx y X (la cual contiene las correcciones de esta primera iteración). El resto de matrices se utilizan como pasos intermedios o auxiliares. En el caso de la matriz Qii, ésta se usará para obtener la precisión de los ángulos y distancias observados; celdas J39 a J43, y Q39 a Q42 respectivamente.

K Dim: 3x1						J dim: 3x6						W Dim: 3x3										
0,0000	-0,3653093	0,26111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7751,47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0000	-0,511050321	-0,85536	0,51105	0,85536	0	0	0	0	0	0	0	0	7751,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0000	0	0	0,10437	0,33454	-0,1043712	-0,33454	0	0	0	0	0	0	0	7751,8424	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,0196	0	0	0	0	-0,4466687	0,834639	0	0	0	0	0	0	0	0	7751,55	0	0	0	0	0	0	0
0,0000	3777,323635	13364,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,11E-05	0	0	0	0	0	0
0,0000	-14338,72578	-7585,01	10561,4	-6379,74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,9E-05	0	0	0	0
0,0000	10561,33534	-6379,74	21189,6	3047,66	-31750,364	3332,085	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,4E-06	0	0
333,4432	0	0	-31751	3332,08	45977,209	3770,209	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,75E-05	0
-428,4432	0	0	0	0	-14226,243	-7102,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,752E-05

J T dim: 6x3						J**W dim: 6x9															
-0,3653093	-0,511050321	0	0	3777,33	-14338,726	10561,4	0	0	-7482,573	-4007,81	0	0	0,07986	-0,416037	0,0460118	0	0	0	0	0	0
0,26110687	-0,855355002	0	0	13364,8	-7585,0134	-6379,74	0	0	2023,3627	-6634,76	0	0	0,23525	-0,220078	-0,027734	0	0	0	0	0	0
0	0,511050321	0,10437	0	0	10561,3353	21189,57	-31751	0	0	4007,81	808,0631	0	0	0,306438	0,0323145	-0,5555466	0	0	0	0	0
0	0,855355002	0,33454	0	0	-6379,7433	3047,658	3332,08	0	0	6634,76	1709,505	0	0	0,185108	0,0132174	0,0593015	0	0	0	0	0
0	0	-0,10437	-0,446667	0	0	-31751	45977,2	-14226,2	0	0	-808,063	-3462,38	0	0	-0,183326	0,8044532	-0,249314	0	0	0	0
0	0	-0,33454	0,8347	0	0	3332,085	3770,21	-7102,23	0	0	-7709,51	6335,31	0	0	0,0145166	0,0653673	-0,124417	0	0	0	0

J**W dim: 6x6												Elipsoz ds error: semiejes				
16048,28663	5454,03608	-5431,2	-636,071	-1460,32	153,315143	3,59E-05	-8,5E-06	7,7E-05	-5,82E-06	5,1E-05	2,5E-06	Base	2t	t	Su	Sv
5454,03608	12177,18388	-6343,78	-4353,72	882,486	-32,611929	-8,5E-06	0,00016	0,00011	5,478E-05	6,2E-05	3,88E-05	2000	6,02155	131,617	0,003	0,007
-5431,1971	-6343,783048	24388,3	710,377	-29558	-25915774	7,7E-05	0,00011	0,00003	2,416E-05	0,00017	3,16E-05	3000	2,8756	31,53308	0,012	0,008
-636,071179	-4353,721448	710,377	14762,1	1454,32	-7403,3486	-5,8E-06	5,5E-05	2,4E-05	0,0001039	1,8E-06	5,9E-05	4000	2,23363	73,00863	0,006	0,007
-1460,31831	882,4859703	-29558	1454,32	46555,3	2048,33442	5,05E-05	6,2E-05	0,00017	7,583E-06	0,00013	1,62E-05					
153,3151433	-32,61192914	-25915,8	-7403,35	2048,33	15053,146	2,5E-06	3,8E-05	3,8E-05	5,805E-05	1,6E-05	3,35E-05					

Qxx J T dim: 6x3												Qxx J T W dim: 6x9											
-3,48382E-05	-7,41926E-06	-5,5E-06	-2E-05	0,24324	-0,4595141	1,087342	-0,13433	-0,13675	-0,735136	-0,05751	-0,04267	-0,15763	5,1E-06	-1,33E-05	4,737E-06	-2,35E-06	-1,29E-05						
4,39324E-05	-2,74393E-05	2,1E-05	7,1E-06	2,19744	-0,23627	-0,40741	-0,37676	-1,19639	0,3863953	-0,21919	0,163275	0,05439	4,6E-05	-7,44E-06	-1,77E-06	-5,592E-06	-2,03E-05						
-4,5204E-05	3,40632E-05	-1,5E-06	-4,4E-05	1,85404	0,8358462	0,26085	-0,83736	-2,75271	-0,350398	0,26408	-0,01988	-0,34333	3,3E-05	2,72E-05	3,747E-06	-1,57E-05	-4,92E-05						
1,3922E-05	6,35147E-05	5,4E-05	4,3E-05	0,74304	-0,7842174	0,331633	0,16374	-0,52019	0,154425	0,43232	0,420632	0,37636	1,6E-05	-2,28E-05	1,706E-06	2,97E-06	-3,11E-06						
-3,2614E-05	1,76802E-05	-3,7E-06	-4,3E-05	1,05578	0,6023533	-0,14378	0,42947	-1,93783	-0,252806	0,13704	-0,02301	-0,33096	2,2E-05	1,75E-05	-6,53E-07	7,514E-06	-3,39E-05						
7,72779E-06	3,46027E-05	-3,3E-05	8,2E-05	0,55197	-0,3034582	0,568962	0,12004	-0,33741	0,0539018	0,26922	-0,30195	0,63361	1,2E-05	-8,8E-06	2,478E-06	2,1E-06	-1,64E-05						

X dim 6x1			V dim 3x1			S0			V T dim tx3								
dx2000	0,007837573	-0,00061	-0,00062	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	-0,000615	0,00065	0,0020488	0,0043	105,114	36,623	-252,617	19,01826	126,86123
dy2000	0,005407102	0,00006	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001	0,00001									
dz3000	0,02217025	0,00005	0,00020	0,00020	0,00020	0,00020	0,00020	0,00020									
dx4000	-0,002487241	-0,01431	0,00439														
dy4000	0,023541418	105,114	105,1140														
dz4000	-0,004631165	36,623	36,6230														
		-252,617	-252,6165														
		352,467	19,0183														
		-301,581	126,8613														

GII Dim: 3x3											
0,0001	-1,8E-08	1,081E-05	2,1E-05	0,338361	0,37666	-1,156	0,031291	0,4030831			
-1,8E-08	3,9E-05	3,046E-05	2,3E-05	-0,41203	0,26397	0,56649	0,073252	-0,497281			
1,1E-05	3E-05	3,293E-05	-3,3E-05	0,273342	-0,44333	-0,07085	-0,083059	0,3289346			
2,1E-05	2,3E-05	-3,32E-05	3,2E-05	0,02226	-0,54056	0,57586	-0,084428	0,026865			
0,33836	-0,41203	0,2733421	0,02226	3165,46	-5314,48	-1582,14	-5768,762	-18340,07			
0,37666	0,26397	-0,443327	-0,54056	-5314,48	23419,6	-5914,65	-5776,409	-6414,014			
-1,156	0,56649	-0,07085	0,57586	-1582,14	-5314,65	4054,6	-30746,3	-1903,475			
0,031291	0,073252	-0,083059	-0,084428	-5768,76	-5776,41	-30746,3	48255,75	-6562,277			
0,40309	-0,49728	0,3289346	0,02687	-18340,1	-6414,01	-1903,47	-6562,277	34225,834			



Para realizar la primera iteración hay que seleccionar todos los elementos de la matriz X, y copiarlos haciendo **Ctrl+C**. A continuación, seleccionamos la celda R39 y clickeamos el botón derecho del mouse y seleccionamos **Pegado Especial**. En las opciones que se mostrarán seleccionamos **Valores** y aceptamos.

	Aprox. Inicial	Iteración1	Iteración2	Iteración3	Iteración4	Compensadas
X2000	957,5204	0,0078				957,5283
Y2000	1011,4903	0,0054				1011,4957
X3000	984,1978	0,0222				984,2199
Y3000	1055,6535	-0,0025				1055,6510
X4000	982,1165	0,0235				982,1400
Y4000	1035,8215	-0,0047				1035,8168

Automáticamente se actualizan las coordenadas compensadas, los valores angulares y lineales obtenidos a través de ellas, así como gran parte de las matrices de cálculo.

- El proceso continua, y observamos los nuevos datos de la matriz X, que como veremos son bastante más bajos que antes, lo que significa que se está produciendo la *convergencia* del sistema. En este ejemplo en particular la segunda iteración ya arroja valores despreciables. Si no fuera así entonces procederíamos de la misma forma que en el paso anterior, copiando estos datos en la columna Iteración 2. Si fuese necesario una tercera y cuarta iteración realizaríamos la misma operación. No obstante, generalmente se produce convergencia en dos o tres iteraciones.

dX2000	-1,83198E-07
dY2000	-2,25033E-06
dX3000	-2,2053E-06
dY3000	-4,39373E-06
dX4000	-2,86705E-06
dY4000	-6,90385E-06

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).