
www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Cálculo de bisección inversa mediante mínimos cuadrados

Versión 1. Febrero de 2015



	Contenido
Descripción del funcionamiento	3
Resolución del ejemplo	4
Notas	7



Cálculo de bisección inversa mediante mínimos cuadrados

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada Bisec. Inversa MMCC.

Esta hoja de cálculo muestra un ejemplo de resolución de una bisección inversa a través del método de mínimos cuadrados. En ella se utilizan 3 posicionamientos conocidos (1111, 2222 y 3333) visados desde un posicionamiento desconocido (1000). Como resultado, se calculan las coordenadas más probables del posicionamiento (1000), y la incertidumbre de estas. También se calculan los semiejes de la elipse de error del posicionamiento y los estadísticos del ajuste.

Además, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar en formato de coordenadas XYZ o ENZ.
- Opcionalmente, utilizar la matriz de pesos en el ajuste.

Bases o referencias conocidas			
Base	X	Y	Z
1111	1708,008	1270,278	--
2222	1769,302	1127,726	--
3333	1778,879	1011,963	--

Configuración	
¿Usar matriz pesos?	Sí
Sistema angular	Centesimal
Constante conversión	636619,75
Constante angular	200,0000
Formato coordenadas	XYZ

Datos de observación							
Base	Visado	Hz	Vz	Dg	Ha	Hp	Codigo
1000	1111	3,0850	99,9987	191,297	1,320	1,570	Base
1000	2222	55,5927	100,0012	195,164	1,320	1,570	Base
1000	3333	87,8215	100,0078	238,045	1,320	1,570	Base

Solución			
Base	X	Y	Z
1000	1573,998	1133,237	0,0000

Estadísticos del ajuste	
So	Vari.de.ref.
0,010	0,000

Aproximación Inicial			
Visual	Acimut	Distancia	Ángulo β
1111-2222	174,148261	155,171	75,1570

Para ecuaciones de observación				
Visual	Distancia	Acimut	Valores obs.	Precisión
1000-1111	191,674	49,2883	191,297	25

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo

Debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Esta no es una hoja genérica, pudiendo arrojar resultados incoherentes si introduce nuevos datos de observación, o de coordenadas, o los modifica.



- El fin de esta hoja es mostrar un ejemplo de aplicación del método de mínimos cuadrados; cómo se montan las matrices de cálculo y cómo se operan con ellas en una hoja de cálculo.
- Si desea utilizar esta hoja para otros casos similares, deberá revisar todos los cálculos y celdas, sobre todo aquellas celdas remarcadas en color rojizo.

Resolución del ejemplo

Lo primero que ha de hacer es observar la nomenclatura de las celdas a través de la leyenda ubicada en vertical que encontrará a partir de la celda A6. Esta leyenda le informa sobre qué celdas debe modificar, y cuáles no debe modificar y, si fuera necesario, cuáles debe revisar.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de las bases visadas, insertadas en las celdas D8 a D10 (para la X), E8 a E10 (para la Y). La componente Z no se utiliza directamente en el ajuste (al tratarse de un método planimétrico), pero se puede asignar en las celdas F8 a F10 por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita.

Bases o referencias conocidas

Base	X	Y	Z
1111	1708,008	1270,278	--
2222	1769,302	1127,726	--
3333	1778,879	1011,963	--

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; uso de la matriz de pesos, sistema angular centesimal, y formato de coordenadas XYZ.

Configuración

¿Usar matriz pesos?	Sí
Sistema angular	Centesimal
Constante conversion	636619,75
Constante angular	200,0000
Formato coordenadas	XYZ

Así mismo, supongamos que ya hemos insertado los datos de observaciones en las celdas correspondientes a la sección Datos de observación (fíjese que no es preciso asignar los datos de ángulo cenital, Vz, pues en este método no se utiliza este dato. Sin embargo, se facilita la posibilidad de insertar los ángulos cenitales por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita).

Datos de observación

Base	Visado	H _z	V _z	D _g	H _a	H _p	Código
1000	1111	3,0850	99,9987	191,297	1,320	1,570	Base
1000	2222	55,5927	100,0012	195,164	1,320	1,570	Base
1000	3333	87,8215	100,0078	238,045	1,320	1,570	Base

Pasos para resolver la bisección inversa a través de la metodología de mínimos cuadrados siga los siguientes pasos:



1. Los mínimos cuadrados precisan de una solución inicial temporal. Así pues, en este ejemplo se ha obtenido la posición de la base incógnita (1000) a través de trigonometría básica, y con datos de la posición 1111. Para lograr esta solución es preciso efectuar una serie de cálculos previos. Estos cálculos se encuentran en la sección Aproximación inicial y Solución inicial temporal.

Aproximación Inicial			
Visual	Acimut	Distancia	Ángulo β
1111-2222	174,148261	155,171	75,1570
1111-1000	249,3053		

Solución inicial temporal		
Base	X	Y
1000	1574,225	1133,543

- En primer lugar calcularemos el acimut de la visual 1111->2222. Este valor lo indicaremos en la celda B26.
- La hoja habrá calculado también la distancia 1111-2222. A través de ella, y de las distancias observadas de las visuales 1000-1111 y 1000-2222, calcularemos el ángulo β , formado en el vértice 1000-1111-2222, a través del teorema del coseno. Este resultado se ubicará en la celda D26.
- A través del resultado de la celda D26 y del acimut de la celda B26, calcularemos el acimut 1111-1000. De esta forma ya podemos estimar las coordenadas iniciales temporales de la base 1000 a través de las fórmulas clásicas de radiación. Los valores de X e Y los insertaremos en las celdas B30 y C30 respectivamente.

Solución inicial temporal		
Base	X	Y
1000	1574,225	1133,543

2. El siguiente paso consistirá en calcular los acimutes y distancias desde la base 1000 a cada posición visada. Dado que el método de mínimos cuadrados es un proceso iterativo, en vez de usar las coordenadas iniciales temporales recogidas en las celdas B30 y C30, haremos referencia a las coordenadas de las celdas C46 y D46. Estas coordenadas, al comienzo de la iteración, son las mismas que las temporales. Sin embargo, conforme vayamos iterando, las coordenadas variarán, actualizándose así el resto de operaciones ya que son la suma de las celdas superiores (C42 a C45, y D42 a D45 respectivamente).

Iteraciones		
	Dxu	Dyu
Iteracion 1		
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	1574,225	1133,543
Solucion Corregida	1574,225	1133,543

- Las distancias 1000-1111, 1000-2222 y 1000-3333 las obtendremos a través de las coordenadas de las bases conocidas y de la solución temporal (C46 y D46). Realizaremos estas operaciones en las celdas G26 a G28. Y del mismo modo, obtendremos los acimutes de estas mismas alineaciones, calculándolos en las celdas H26 a H28.



Visual	Distancia	Acimut
1000-1111	191,297	49,3053
1000-2222	195,164	101,8976
1000-3333	238,044	134,1260

- Finalmente obtendremos los valores lineales y angulares observados. Los valores lineales (distancias reducidas) de 1000-1111, 1000-2222 y 1000-3333 los anotaremos en las celdas I26 a I28. Mientras que los ángulos observados (generados en los vértices 1111-1000-2222 y 2222-1000-3333), obtenidos por diferencias de lecturas, los anotaremos en las celdas I29 e I30. También insertaremos el error lineal de las tres distancias, y el error angular de los dos ángulos, en las celdas J26 a J30. Esto nos permitirá utilizar la matriz de pesos. Si no conoce, o no sabe cómo obtener estos datos, entonces es preferible que no utilice la matriz de pesos. En este caso deberá seleccionar No en la opción ¿Usar matriz de pesos?

Valores obs.	Precisión
191,297	25
195,164	25
238,045	25
52,5077	7
32,2288	7

Llegado este punto acaba de realizar la primera iteración y la corrección Dxu, Dyu, que debemos aplicar a la solución inicial, la tenemos en las celdas I39 y J39 respectivamente.

J dim. 5x2		K dim. 5x1		W dim. 5x5			Qxx dim. 2x2		V dim. 5x1	
-0,699348672	-0,71478069	0,000	0,0016	0	0	0	0	6,9239E-06	-4,2083E-06	0,376
-0,999555773	0,02980364	0,000	0	0,0016	0	0	0	-4,2083E-06	2,9858E-05	0,218
-0,85973281	0,51074406	0,001	0	0	0,0016	0	0	X dim.2x1		0,039
2475,946553	933,152755	-846,3857	0	0	0	0,020408163	0	-0,22714779		0,000
1268,703796	-961,274023	4,3546	0	0	0	0,020408163	0	-0,30432311		0,000

Iteraciones		
	Dxu	Dyu
Iteracion 1		
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	1574,225	1133,543
Solucion Corregida	1574,225	1133,543

Elipses de error: semiejes			
Base	t	Su	Sv
1000	2,965732446	0,00006	0,00003

3. Seleccione por arrastre las celdas I39 y J39 y cópielas mediante la combinación de teclas Ctl+C. A continuación, seleccione la celda C42 y cliquee el botón derecho del ratón. Seleccione Pegado especial->Valores y acepte.

Iteraciones		
	Dxu	Dyu
Iteracion 1	-0,22715	-0,30432
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	1574,225	1133,543
Solucion Corregida	1573,998	1133,238

Automáticamente todo el proceso de cálculo sufre una actualización (al haber variado la solución que manejamos como actual. Esto es, la solución corregida).



4. Repita el paso anterior, copiando los nuevos valores de corrección y pegándolos como valores en el espacio Iteración 2. No obstante, podrá ver que, en este ejemplo, los valores de corrección para la segunda iteración ya son despreciables ($<0,001$).

Iteraciones		
	Dxu	Dyu
Iteracion 1	-0,22715	-0,30432
Iteracion 2	0,00004	-0,00096
Iteracion 3		
Solucion Inicial	1574,225	1133,543
Solucion Corregida	1573,998	1133,237

En estas circunstancias podemos dar por finalizado el proceso de iteración y ajuste mediante mínimos cuadrados al producirse una convergencia del sistema.

Más arriba, en las celdas D21 y E21, verá las coordenadas de la base 1000, junto a la incertidumbre obtenida (F21 y G21). También dispone de los estadísticos del ajuste en las celdas I21 y J21.

Solución					Estadísticos del ajuste	
Base	X	Y	Sx	Sy	So	Vari.de ref.
1000	1573,998	1133,237	0,0000	0,0001	0,010	0,000

Adicionalmente también dispondrá de los semiejes de la elipse de error, ubicados en las celdas I45 J45.

Elipses de error: semiejes

Base	t	Su	Sv
1000	2,964629206	0,00006	0,00003

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).