www.topoedu.es

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,

nunca vistos hasta ahora.

YouTube

Canal GeMe

Vídeos de formación

Facebook

Twitter

Google+

+34 661387681

LinkedIn

Hojas técnicas de cálculo:

Cálculo de intersección directa mediante mínimos cuadrados

Versión 1. Febrero de 2015

Contenido

Cálculo de intersección directa mediante mínimos cuadrados

Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada Int. Directa MMCC.

Esta hoja de cálculo muestra un ejemplo de resolución de una intersección directa a través del método de mínimos cuadrados. En ella se utilizan 3 bases (1000, 2000 y 3000) desde las cuales se visan un posicionamiento desconocido (1200). Como resultado, se calculan las coordenadas más probables del posicionamiento (1200), y la incertidumbre de estas. También se calculan los semiejes de la elipse de error del posicionamiento, y los estadísticos del ajuste.

Además, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.
- Opcionalmente, utilizar la matriz de pesos en el ajuste.

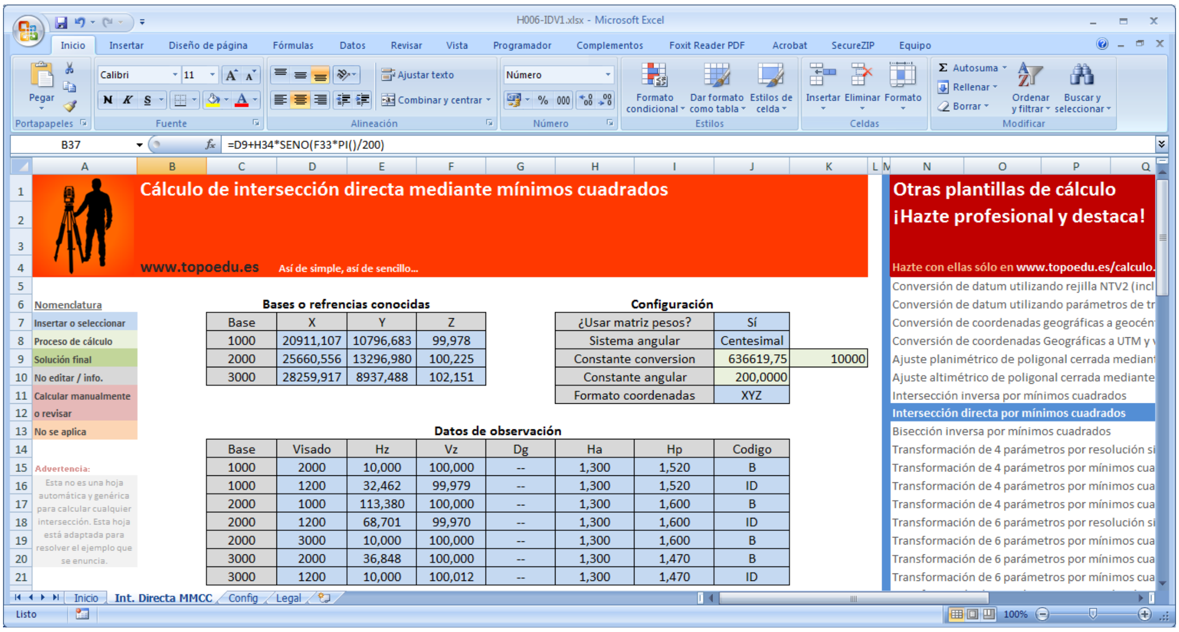

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo

Debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Esta no es una hoja genérica, pudiendo arrojar resultados incoherentes si introduce nuevos datos de observación, y de coordenadas, o los modifica.
- El fin de esta hoja es mostrar un ejemplo de aplicación del método de mínimos cuadrados; cómo se montan las matrices de cálculo y cómo se operan con ellas en una hoja de cálculo.

- Si desea utilizar esta hoja para otros casos similares, deberá revisar todos los cálculos y celdas, sobre todo aquellas celdas remarcadas en color rojizo.

Resolución del ejemplo

Lo primero que ha de hacer es observar la nomenclatura de las celdas a través de la leyenda ubicada en vertical que encontrará a partir de la celda A6. Esta leyenda le informa sobre qué celdas debe modificar, y cuáles no debe modificar y, si fuera necesario, cuáles debe revisar.

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de las bases visadas, insertadas en las celdas D8 a D10 (para la X), E8 a E10 (para la Y). La componente Z no se utiliza directamente en el ajuste (al tratarse de un método planimétrico), pero se puede asignar en las celdas F8 a F10 por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita.

Bases o refrencias conocidas

Base	X	Y	Z
1000	20911,107	10796,683	99,978
2000	25660,556	13296,980	100,225
3000	28259,917	8937,488	102,151

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; uso de la matriz de pesos, sistema angular centesimal, y formato de coordenadas XYZ.

Configuración

¿Usar matriz pesos?	Sí
Sistema angular	Centesimal
Constante conversion	636619,75
Constante angular	200,0000
Formato coordenadas	XYZ

Así mismo, supongamos que ya hemos insertado los datos de observaciones en las celdas correspondientes a la sección Datos de observación (fíjese que no es preciso asignar los datos de distancia, Dg, pues en este método no se utiliza este dato. Sin embargo, se facilita la posibilidad de insertar los valores lineales por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita).

Datos de observación

Base	Visado	Hz	Vz	Dg	Ha	Hp	Codigo
1000	2000	10,000	100,000	--	1,300	1,520	B
1000	1200	32,462	99,979	--	1,300	1,520	ID
2000	1000	113,380	100,000	--	1,300	1,600	B
2000	1200	68,701	99,970	--	1,300	1,600	ID
2000	3000	10,000	100,000	--	1,300	1,600	B
3000	2000	36,848	100,000	--	1,300	1,470	B
3000	1200	10,000	100,012	--	1,300	1,470	ID

Pasos para resolver la intersección directa a través de la metodología de mínimos cuadrados sigua los siguientes pasos:

1. Los mínimos cuadrados precisan de una solución inicial temporal. Así pues, en este ejemplo se ha obtenido la posición de la base incógnita (1200) a través de trigonometría básica, y con datos de la estación 2000. Para lograr esta solución es preciso efectuar una serie de cálculos previos. Estos cálculos se encuentran en la sección Proceso de cálculo para obtener las coordenadas iniciales temporales de 1200 desde 2000.

Proceso de cálculo para obtener las coordenadas iniciales temporales de 1200 desde 1000 y 2000

Visual	Acimut	Base	Desorient.	Visual	Acimut	Visual	Distancias	Ángulos α,β,ω	
1000-2000	69,1510	1000	59,1510	1000-1200	91,6131	1000-2000	5367,378	α	22,4621
2000-1000	269,1510	2000	155,7715	2000-1200	224,4724	1000-1200	3984,232	β	44,6786
2000-3000	165,7715					2000-1200	2132,564	ω	132,8593

- En primer lugar calcularemos los acimutes entre las bases conocidas; 1000->2000, 2000->1000, y 2000->3000. Estos valores los indicaremos en las celdas B32 a B34. A continuación, determinaremos las desorientaciones de las bases 1000 y 2000, calculándolas en las celdas D32 a D33.
- Seguidamente, se obtendrá el acimut desde la base 1000 al posicionamiento 1200, y desde la base 2000 al mismo posicionamiento, usando las desorientaciones de las bases y las lecturas acimutales al posicionamiento. Estos valores los añadiremos en las celdas F32 y F33.
- Antes de procesar las distancias necesitamos los ángulos que forma el triángulo 1000-1200-2000. El ángulo α se corresponde con el vértice 1200-1000-2000. El ángulo β se corresponde con el vértice 1000-2000-1200. El ángulo ω se corresponde con el tercer vértice, y se obtendrá a través de los dos anteriores. Registraremos estas operaciones en las celdas J32 a J34. NOTA: preste atención a la forma de obtener los ángulos $\alpha, \beta, y\ \omega$ a través de las lecturas acimutales.

Ángulos α,β,ω	
α	22,4621
β	44,6786
ω	132,8593

- Con los ángulos conocidos resolveremos el triángulo 1000-1200-2000, calculando las distancias de sus aristas (1000-2000, 1000-1200 y 2000-1200). La primera, 1000-2000 la estimaremos a través de las coordenada conocidas de 1000 y 2000, reflejándola en la celda H32. El resto de distancias se obtendrán aplicando el teorema del coseno, y las anotaremos en las celdas H33 y H34.

Visual	Distancias
1000-2000	5367,378
1000-1200	3984,232
2000-1200	2132,564

- Finalmente, a través de la distancia y acimut 2000->1200, y de la fórmula básica de radiación, obtendremos las coordenadas iniciales temporales de 1200. Insertaremos estas operaciones en las celdas B37 y C37.

Solución inicial temporal

Base	X	Y
1200	24860,815	11320,052

2. El siguiente paso consistirá en calcular los acimutes y distancias desde cada base al posicionamiento desconocido. Dado que el método de mínimos cuadrados es un proceso iterativo, en vez de usar las coordenadas iniciales temporales recogidas en las celdas B37 y C37, haremos referencia a las coordenadas de las celdas C55 y D55. Estas coordenadas, al comienzo de la iteración, son las mismas que las temporales. Sin embargo, conforme vayamos iterando, las coordenadas variarán, actualizándose así el resto de operaciones ya que son la suma de las celdas superiores (C51 a C54, y D51 a D54 respectivamente).

Iteraciones		
	Dxu	Dyu
Iteracion 1		
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	24860,815	11320,052
Solución Corregida	24860,815	11320,052

- Las distancias 1000-1200, 2000-1200 y 3000-1200 las obtendremos a través de las coordenadas de las bases conocidas y de la solución temporal (C55 y D55). Esto lo haremos en las celdas G36 a G38. Y del mismo modo, obtendremos los acimutes de estas mismas alineaciones, calculándolos en las celdas H36 a H38.

	Distancias	Acimut
1000-1200	3984,23226	91,6131
2000-1200	2132,56406	224,4724
3000-1200	4150,96476	338,9201

3. Finalmente obtendremos los ángulos que forman las visuales, desde cada base al punto observado y hacia la base siguiente, expresados siempre en el mismo sentido. NOTA: si no ve clara esta explicación confeccione un croquis representando las bases 1000, 2000, 3000 y 1200, e intente representar los ángulos en los vértices 1000, 2000 y 3000 que van desde la visual de cada vértice al punto 1200 hacia la base siguiente, y dibujado en sentido horario.

Angulos y precisión

Dif. Observa	Dif. Acimut	S("). Angular
377,5379	377,5379	43,5554
355,3214	355,3214	35,3345
341,2991	341,2991	33,4585
373,1522	373,1486	40,553

- A través de los valores angulares acimutes del listado de observaciones, rellenaremos las celdas de I37 a I40 considerando la condición explicada en el paso #3.
- Utilizando las coordenadas de las bases, y de la solución temporal (ubicada en las celdas C55 y D55), obtendremos los mismos ángulos por diferencia de acimutes. Estos los anotaremos en las celdas adyacentes (J37 a J40).

- También insertaremos el error angular de cada ángulo (celdas K37 a K40) para poder utilizar la matriz de pesos. Si no conoce, o no sabe cómo obtener estos datos, entonces es preferible que no utilice la matriz de pesos. En este caso deberá seleccionar No en la opción ¿Usar matriz de pesos?

Llegado este punto acaba de realizar la primera iteración y la corrección Dxu, Dyu, que debemos aplicar a la solución inicial, la tenemos en las celdas J48 y K48 respectivamente.

J dim: 4x2		K dim: 4x1	W dim 4x4				Qxx dim: 2x2		X dim: 2x1	V dim: 4x1
-20,98935061	158,400218	0	0,00052713	0	0	0	0,011985613	0,01292932	0,05832	18,5049
-276,7366876	111,950344	0	0	0,00080094	0	0	0,01292932	0,036648769	0,12455	-2,1959
276,7366876	-111,950344	0,10626292	0	0	0,00089328	0				2,0896
88,0291753	125,58745	35,6942874	0	0	0	0,00060807				-14,9182

0,0583	0,1246

Iteraciones	Dxu	Dyu
Iteracion 1		
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	24860,815	11320,052
Solución Corregida	24860,815	11320,052

Elipses de error: semiejes

Base	2t	t	Su	Sv
1200	7,092241818	225,7530686	0,083	0,032

4. Seleccione por arrastre las celdas J48 y K48 y cópielas mediante la combinación de teclas Ctl+C. A continuación, seleccione la celda C51 y cliquee el botón derecho del ratón. Seleccione Pegado especial->Valores y acepte.

Iteraciones	Dxu	Dyu
Iteracion 1	0,05832	0,12455
Iteracion 2		
Iteracion 3		
Solucion Inicial	24860,815	11320,052
Solución Corregida	24860,873	11320,177

Automáticamente todo el proceso de cálculo sufre una actualización (al haber variado la solución que manejamos como actual. Esto es, la solución corregida).

5. Repita el paso anterior, copiando los nuevos valores de corrección y pegándolos como valores en el espacio Iteración 2. No obstante, podrá ver que, en este ejemplo, los valores de corrección para la segunda iteración ya son despreciables (<0,001).

Iteraciones	Dxu	Dyu
Iteracion 1	0,05832	0,12455
Iteracion 2	0,00000	0,00000
Iteracion 3		
Solucion Inicial	24860,815	11320,052
Solución Corregida	24860,873	11320,177

En estas circunstancias podemos dar por finalizado el proceso de iteración y ajuste mediante mínimos cuadrados al producirse una convergencia del sistema.

Más arriba, en las celdas D25 y E25, verá las coordenadas de la base 1200, junto a la incertidumbre obtenida (F25 y G25). También dispone de los estadísticos del ajuste en las celdas I25 y J25.

Solución

Base	X	Y	Sx	Sy
1200	24860,873	11320,177	0,044	0,077

Estadísticos del ajuste

So	Vari.de ref.	
0,40224	0,16180	cc

Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia (www.topoedu.es).