

---

[www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)

Los mejores recursos especializados en topografía y geodesia,  
nunca vistos hasta ahora.



Facebook



Twitter



Google+



+34 661387681



LinkedIn

---

Hojas técnicas de cálculo:

## Cálculo de intersección inversa mediante mínimos cuadrados

Versión 1. Febrero de 2015



|                                | Contenido |
|--------------------------------|-----------|
| Descripción del funcionamiento | 3         |
| Resolución del ejemplo         | 4         |
| Notas                          | 7         |



## Cálculo de intersección inversa mediante mínimos

### Descripción del funcionamiento

Este libro de cálculo contiene una hoja de trabajo llamada Int. Inversa MMCC.

Esta hoja de cálculo muestra un ejemplo de cálculo de una intersección inversa a través del método de mínimos cuadrados. En ella se utilizan las 4 visuales lanzadas desde un posicionamiento desconocido, a 4 posicionamientos conocidos. Como resultado, muestra las coordenadas más probables del estacionamiento, y la incertidumbre de estas. También calcula los semiejes de la elipse de error del posicionamiento y los estadísticos del ajuste.

Además, esta hoja permite:

- Trabajar en el sistema sexagesimal o centesimal.
- Visualizar en el formato de coordenadas en XYZ o ENZ.
- Opcionalmente, utilizar la matriz de pesos en el ajuste.

| Base | X         | Y         | Z        |
|------|-----------|-----------|----------|
| 1111 | 21083,516 | 21092,928 | 100,9876 |
| 2222 | 21228,987 | 21020,274 | 100,124  |
| 3333 | 21289,600 | 20907,832 | 99,987   |
| 4444 | 21367,531 | 20821,339 | 99,336   |

| Base | Visado | Hz       | Vz       | Dg       | Ha    | Hp    | Codigo |
|------|--------|----------|----------|----------|-------|-------|--------|
| 1000 | 1111   | 40,6567  | 99,9682  | 100,0000 | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 2222   | 75,8815  | 100,1522 | 100,0000 | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 3333   | 103,8027 | 100,1878 | 100,0000 | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 4444   | 124,4035 | 100,2779 | 100,0000 | 1,540 | 1,320 | Ref    |

| Base | X | Y | Sx | Sy |
|------|---|---|----|----|
|      |   |   |    |    |

| So | Vari.de.ref. |
|----|--------------|
|    |              |

Fig. 1. Captura parcial de la hoja de cálculo

Debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Esta no es una hoja genérica, pudiendo arrojar resultados incoherentes si introduce nuevos datos de observación, y de coordenadas, o los modifica sin tomar las precauciones oportunas.
- El fin de esta hoja es mostrar un ejemplo de aplicación del método de mínimos cuadrados; cómo se montan las matrices de cálculo y cómo se operan con ellas en una hoja de cálculo.



- Si desea utilizar esta hoja para otros casos similares deberá revisar todos los cálculos y celdas, especialmente aquellas celdas remarcadas en color rojizo.

## Resolución del ejemplo

Supongamos que ya tenemos las coordenadas de las bases visadas insertadas en las celdas D8 a D11 (para la X), E8 a E11 (para la Y). La componente Z no se utiliza directamente en el ajuste (al tratarse de un método planimétrico, pero se puede asignar en las celdas F8 a F11 por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita).

| Base | X         | Y         | Z        |
|------|-----------|-----------|----------|
| 1111 | 21083,516 | 21092,928 | 100,9876 |
| 2222 | 21228,987 | 21020,274 | 100,124  |
| 3333 | 21289,600 | 20907,832 | 99,987   |
| 4444 | 21367,531 | 20821,339 | 99,336   |

Supongamos también que ha configurado los parámetros de la hoja; uso de la matriz de pesos, sistema angular centesimal, y formato de coordenadas XYZ.

|                      |            |
|----------------------|------------|
| ¿Usar matriz pesos?  | Sí         |
| Sistema angular      | Centesimal |
| Constante conversion | 636619,75  |
| Constante angular    | 200,0000   |
| Formato coordenadas  | XYZ        |

Así mismo, supongamos que ya hemos insertado los datos de observaciones en las celdas correspondientes a la sección Datos de observación (fíjese que no es preciso asignar los datos de distancia, Dg, pues este método no precisa de este dato. Sin embargo, se facilita la posibilidad de insertar los valores lineales por si el usuario desea complementar los cálculos con una estimación de la componente Z de la base incógnita).

| Base | Visado | Hz       | Vz       | Dg | Ha    | Hp    | Codigo |
|------|--------|----------|----------|----|-------|-------|--------|
| 1000 | 1111   | 40,6567  | 99,9682  | -- | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 2222   | 75,8815  | 100,1522 | -- | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 3333   | 103,8027 | 100,1878 | -- | 1,540 | 1,320 | Ref    |
| 1000 | 4444   | 124,4035 | 100,2779 | -- | 1,540 | 1,320 | Ref    |

Los pasos para resolver la intersección inversa a través de la metodología de mínimos cuadrados son los siguientes:

1. Los mínimos cuadrados precisan de una solución inicial. Así pues, en este ejemplo se ha obtenido la posición de la base incógnita (1000) a través del método de Tienstra (puede saber más sobre este método consultando un artículo en la web [www.cartesia.org](http://www.cartesia.org)). Los datos de la posición inicial (XY) se insertan en las celdas B28 y C28.

| Base | X         | Y         |
|------|-----------|-----------|
| 1000 | 21024,544 | 20802,379 |



2. El siguiente paso consistirá en calcular los acimutes de cada visual. Dado que el método de mínimos cuadrados es un proceso iterativo, en vez de usar las coordenadas iniciales temporales recogidas en las celdas B28 y C28 haremos referencia a las coordenadas de las celdas C44 y D44. Estas coordenadas, al comienzo de la iteración, son las mismas que las temporales. Sin embargo, conforme vayamos iterando, las coordenadas variarán, actualizándose así el resto de operaciones ya que son la suma de las celdas superiores (C40 a C43, y D40 a D43 respectivamente).

| Iteraciones        |           |           |
|--------------------|-----------|-----------|
|                    | Dxu       | Dyu       |
| Iteracion 1        |           |           |
| Iteracion 2        |           |           |
| Iteracion 3        |           |           |
| Solucion Inicial   | 21024,544 | 20802,379 |
| Solución Corregida | 21024,544 | 20802,379 |

3. Para ello, calcularemos los acimutes desde la base incógnita (1000) hacia cada visual lanzada (1111, 2222, 3333 y 4444). Esto lo haremos en las celdas F27 a F30, teniendo la precaución de utilizar las coordenadas de la base 1000 ubicadas en las celdas C44 y D44.

| Visual    | Acimutes    |
|-----------|-------------|
| 1000-1111 | 12,74813755 |
| 1000-2222 | 47,97297072 |
| 1000-3333 | 75,89419573 |
| 1000-4444 | 96,48440359 |

Automáticamente habrá visto que fueron calculadas las distancias desde la base 1000 a cada visual. Estas aparecerán en las celdas adyacentes:

| Distancias |
|------------|
| 296,473    |
| 298,790    |
| 285,263    |
| 343,511    |

El siguiente paso consistirá en insertar los ángulos que se forman entre visuales, siempre en el mismo sentido, obtenidos por diferencia de ángulos observados y también por diferencia de los acimutes obtenidos en el paso #3.

4. En las celdas de H28 a H30 insertaremos los ángulos que se forman entre las visuales 1111-1000-2222, 2222-1000-3333, y 3333-1000-44444. Por tanto, deberá calcular manualmente estos datos por diferencia de lecturas acimutales (en este ejemplo ya los tiene calculados. Si reutiliza esta hoja para otros casos deberá revisar, y en su caso modificar, la forma en que son calculados). En las celdas I28 a I30 calcularemos los mismos ángulos pero por diferencia de acimutes (los obtenidos en el paso #3). También insertaremos el error angular de cada ángulo para poder utilizar la matriz de pesos. Si no conoce, o no sabe cómo obtener este dato, entonces es preferible que no utilice la matriz de pesos. En este caso deberá seleccionar **No** en la opción ¿Usar matriz de pesos?



**Angulos y precisión**

| Dif. Observa | Dif. Acimut | S("). Ang. |
|--------------|-------------|------------|
| 35,2248      | 35,2248     | 35,55      |
| 27,9212      | 27,9212     | 25,66      |
| 20,6008      | 20,5902     | 120,43     |

Llegado este punto acaba de realizar la primera iteración y la corrección Dxu, Dyu, que debemos aplicar a la solución inicial, la tenemos en las celdas I37 y J37 respectivamente.

| J dim: 3x2  |             | K dim: 3x1   |  | W dim: 3x3  |             | Qxx dim:2x2 |              | X dim 3x2    |             | V. Dim 3x1  |  |
|-------------|-------------|--------------|--|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--|
| 550,5945131 | 1030,75481  | -0,331676561 |  | 0,000791263 | 0           | 0           | 0,005000598  | -0,003942593 | 0,03270041  | -9,78764339 |  |
| 728,8169924 | 615,728337  | -0,250126971 |  | 0           | 0,001518751 | 0           | -0,003942593 | 0,003812707  | -0,02728485 | 7,282689819 |  |
| 722,6974557 | -223,157898 | 105,9213938  |  | 0           | 0           | 6,89494E-05 |              |              |             | -76,2000591 |  |

  

| Iteraciones        |           |           |
|--------------------|-----------|-----------|
|                    | Dxu       | Dyu       |
| Iteracion 1        |           |           |
| Iteracion 2        |           |           |
| Iteracion 3        |           |           |
| Solucion Inicial   | 21024,544 | 20802,379 |
| Solución Corregida | 21024,544 | 20802,379 |

  

| Elipses de error: semiejes |             |             |       |       |
|----------------------------|-------------|-------------|-------|-------|
| Base                       | 2t          | t           | Su    | Sv    |
| 1000                       | 4,562864969 | 145,2405029 | 0,048 | 0,011 |

5. Seleccione por arrastre las celdas I37 y J37 y cópielas mediante la combinación de teclas Ctl+C. A continuación, seleccione la celda C40 y cliquee el botón derecho del ratón. Seleccione Pegado especial->Valores y acepte.

| Iteraciones        |           |           |
|--------------------|-----------|-----------|
|                    | Dxu       | Dyu       |
| Iteracion 1        | 0,033     | -0,027    |
| Iteracion 2        |           |           |
| Iteracion 3        |           |           |
| Solucion Inicial   | 21024,544 | 20802,379 |
| Solución Corregida | 21024,577 | 20802,352 |

Automáticamente todo el proceso de cálculo sufre una actualización (al haber variado la solución que manejamos como actual. Esto es, la solución corregida).

6. Repita el paso anterior, copiando los nuevos valores de corrección y pegándolos como valores en el espacio Iteración 2. No obstante, podrá ver que, en este ejemplo, los valores de corrección para la segunda iteración ya son despreciables (<0,001).

| Iteraciones        |           |           |
|--------------------|-----------|-----------|
|                    | Dxu       | Dyu       |
| Iteracion 1        | 0,033     | -0,027    |
| Iteracion 2        | 0,000     | 0,000     |
| Iteracion 3        |           |           |
| Solucion Inicial   | 21024,544 | 20802,379 |
| Solución Corregida | 21024,577 | 20802,352 |

En estas circunstancias podemos dar por finalizado el proceso de iteración y ajuste mediante mínimos cuadrados al producirse una convergencia del sistema.

Más arriba, en las celdas D22 y E22, verá las coordenadas de la base 1000, junto a la incertidumbre obtenida (F22 y G22). También dispone de los estadísticos del ajuste en las celdas I22 y J22.

| Solución |             |             |        |        |
|----------|-------------|-------------|--------|--------|
| Base     | X           | Y           | Sx     | Sy     |
| 1000     | 21024,57671 | 20802,35172 | ±0,037 | ±0,033 |

| Estadísticos del ajuste |              |
|-------------------------|--------------|
| So                      | Vari.de ref. |
| 0,52758                 | 0,27834      |



## Notas

Si usted es docente, y este artículo le ha ayudado a complementar explicaciones y ejercicios de clase para sus alumnos, por favor, sea comprensivo con los trabajos de investigación y cite al autor de este documento y a su web de referencia ([www.topoedu.es](http://www.topoedu.es)).